

4

Distribuição de frequência

O objetivo desta Unidade é partir dos *dados brutos*, isto é, desorganizados, para uma apresentação formal. Nesse percurso, *seção 1*, destacaremos a diferença entre *tabela primitiva* e *rol*, bem como a importância do resumo dos dados por meio de uma técnica que agrupa as repetições, chamadas de *freqüência* (*seção 2*). Voltaremos às Tabelas e Gráficos, na *seção 3*, porque, agora, aparecerá algo novo: os *dados agrupados*. Em função disso, as Tabelas apresentarão diferenças das anteriores e os Gráficos assumem formatos já consagrados pelo uso (histograma e polígono de freqüência).

Boa leitura!

Seção 1: Dados Brutos e Rol

Na Unidade anterior, trabalhamos com exposição de dados. Mas, infelizmente, os dados, raramente, apresentam-se organizados. Por exemplo, vamos supor que um professor entregue as notas de seus alunos, conforme a Tabela 14, abaixo:

Tabela 14: Exemplo de Tabela Primitiva

| Notas de 40 alunos de uma disciplina | | | | | | | | | |
|--------------------------------------|-----|-----|-----|-----|------|-----|-----|-----|-----|
| 8,0 | 5,0 | 3,0 | 3,5 | 4,0 | 10,0 | 5,6 | 3,0 | 2,5 | 1,5 |
| 9,5 | 7,5 | 6,3 | 6,6 | 7,8 | 4,0 | 2,5 | 5,0 | 7,0 | 8,0 |
| 10,0 | 9,8 | 9,7 | 3,5 | 3,8 | 5,0 | 3,7 | 4,9 | 5,4 | 6,8 |
| 6,3 | 7,8 | 8,5 | 6,6 | 9,9 | 10,0 | 2,6 | 2,9 | 5,2 | 8,8 |

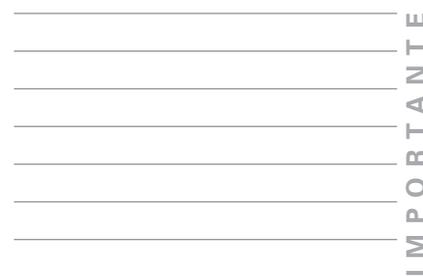
Observe que, nessa Tabela, as notas não estão numericamente organizadas. Esse tipo de tabela denomina-se **Tabela primitiva**.³² Partindo dessa Tabela, é difícil identificar o comportamento das notas, isto é: onde se concentram? Qual a maior? Qual a menor? Quantos alunos estão abaixo ou acima de uma determinada nota?

Esses dados estão, de fato, desorganizados, por isso, vamos organizá-los. A maneira mais simples é realizando uma ordenação (crescente ou decrescente). Após essa ordenação dos dados, a Tabela recebe o nome de **rol**. Veja como fica:

³² CRESPO (1995, p. 54).

Tabela 15: Exemplo de Rol

| Notas de 40 alunos de uma disciplina | | | | | | | | | |
|--------------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| 1,5 | 2,9 | 3,5 | 4,0 | 5,0 | 6,3 | 6,8 | 7,8 | 8,8 | 9,9 |
| 2,5 | 3,0 | 3,7 | 4,9 | 5,2 | 6,3 | 7,0 | 8,0 | 9,5 | 10,0 |
| 2,5 | 3,0 | 3,8 | 5,0 | 5,4 | 6,6 | 7,5 | 8,0 | 9,7 | 10,0 |
| 2,6 | 3,5 | 4,0 | 5,0 | 5,6 | 6,6 | 7,8 | 8,5 | 9,8 | 10,0 |



De fato, com os dados assim organizados, podemos saber, com facilidade, qual a menor nota (1,5) e qual a maior (10,0). E também, podemos encontrar a **amplitude** de variação, isto é, a diferença entre o *maior* valor e o *menor* valor: $10,0 - 1,5 = 8,5$. Além dessas informações, com um pequeno esforço, podemos ainda identificar que as notas se concentram em dois valores (5,0 e 10,0) e que 6,0 é o valor que divide as notas. Convém destacar que os **dados** são úteis, apenas, se conseguirmos transformá-los em **informação**. Mais à frente, discutiremos essas medidas.

Enfim,

Dados brutos são aqueles que não foram numericamente organizados e **rol** é um arranjo de dados numéricos brutos em ordem: crescente ou decrescente. Em um rol, a diferença entre o maior e o menor número chama-se **amplitude total**.³³



Seção 2: Distribuição de Frequência

Vamos continuar estudando as notas entregues por um professor apresentada acima. Para estudarmos melhor a variável, construiremos uma Tabela apresentando os valores de maneira mais resumida. Com os dados organizados em um *rol*, identificamos que existem repetições de muitos valores. Essa repetição recebe o nome de **frequência**. Vejamos:

33 SPIEGEL (1975, p. 43).



“Classes de frequência ou, simplesmente, classes são intervalos de variação da variável.” (CRESPO, 1995, p. 57).



A Tabela de Distribuição de Frequência é uma Tabela como outra qualquer, mas que apresenta o número de repetição dos valores ao invés de repeti-los integralmente. Por exemplo, ao invés de expor 2, 2, 2, 2 e 3, em uma Tabela de Frequência colocamos 2 (4 vezes) e 3.

Tabela 16: Exemplo de Tabela de Frequência

| Notas | Frequência | Notas | Frequência | Notas | Frequência |
|-------|------------|-------|------------|--------------|------------|
| 1,5 | 1 | 5,0 | 3 | 8,0 | 2 |
| 2,5 | 2 | 5,2 | 1 | 8,5 | 1 |
| 2,6 | 1 | 5,4 | 1 | 8,8 | 1 |
| 2,9 | 1 | 5,6 | 1 | 9,5 | 1 |
| 3,0 | 2 | 6,3 | 2 | 9,7 | 1 |
| 3,5 | 2 | 6,6 | 2 | 9,8 | 1 |
| 3,7 | 1 | 6,8 | 1 | 9,9 | 1 |
| 3,8 | 1 | 7,0 | 1 | 10,0 | 3 |
| 4,0 | 2 | 7,5 | 1 | | |
| 4,9 | 1 | 7,8 | 2 | Total | 40 |

Dispor os dados dessa maneira é melhor do que da forma anterior, mas ainda é inconveniente. Isso porque exige muito espaço. Uma alternativa é agrupar os dados. Para desenvolver tal tarefa, é comum, em primeiro lugar, distribuir os dados em *classes* ou *categorias* em uma Tabela. Essa Tabela receberá o nome de **Distribuição de Frequência** ou **Tabela de Frequência**.

Para construir a *tabela de frequência* das notas, consideraremos, por exemplo, quatro *classes*: da nota 0,0 até a nota 4,9 (0,0–4,9); da nota 5,0 até a nota 6,9 (5,0–6,9); da nota 7,0 até a nota 8,9 (7,0–8,9); por fim, da nota 9,0 até a nota 10,0 (9,0–10,0). Agrupando os dados dessa maneira, é comum chamá-los de **dados agrupados**. Vejamos:

Tabela 17: Exemplo de Tabela de Distribuição de Frequência

| Notas de 40 alunos de uma disciplina | |
|--------------------------------------|-----------------------------------|
| Notas | Número de estudantes (frequência) |
| 0,0 – 4,9 | 14 |
| 5,0 – 6,9 | 11 |
| 7,0 – 8,9 | 8 |
| 9,0 – 10,0 | 7 |
| Total | 40 |

A *distribuição de frequência*, acima, apresenta uma disposição mais amigável. Nela, podemos observar que 14 alunos tiraram

notas entre 0,0 e 4,9; 11 alunos, entre 5,0 e 6,9; 8 alunos, entre 7,0 e 8,9; 7 alunos, entre 9,0 e 10,0. Identifica-se, de imediato, a maior e a menor concentração das notas dos alunos e essa é uma informação muito interessante.

Aprofundamento: regras para a elaboração de uma distribuição de frequência

Na construção de uma **distribuição de frequência**, a determinação do número de **classes** e da **amplitude** dessas classes é sempre uma preocupação.

No nosso exemplo anterior, as classes escolhidas não foram de maneira aleatória, mas, de qualquer forma, existem regras que podem ser observadas se quisermos maior rigor no estudo de um evento.

Assim, Spiegel (1975, p. 45-46) sugere as seguintes regras gerais:

- 1) Determinam-se o maior e o menor número de dados brutos e, então, calcula-se a amplitude total do rol (diferença entre o maior e o menor daqueles números);
- 2) Divide-se a amplitude total em um número conveniente de intervalos de classe que tenham a mesma amplitude. Nem sempre isso é possível; nesse caso, usamos intervalos de classe de amplitudes diferentes. O número de intervalo de classes é normalmente entre 5 e 20, dependendo dos dados;
- 3) Os intervalos de classe são escolhidos de maneira que seus pontos médios coincidam com dados realmente observados. Isso tende a diminuir erros;
- 4) Determina-se o número de observações que caem dentro de cada intervalo de classe, isto é, calculam-se as frequências de classe.



Seguindo as regras gerais acima, que alterações teríamos no nosso exercício das notas?

Bem, primeiro, vamos calcular a diferença entre o maior e o menor número: $10,0 - 1,5 = 8,5$. Isso significa que entre a

maior nota e a menor nota há uma distância de 8,5. Essa é a amplitude total, isto é, os valores variam, no máximo, 8,5. De outra forma, a distância do menor valor para o maior valor é de 8,5. OK!

Agora, na segunda etapa das regras acima, vamos escolher o número de intervalos de classe.³⁴ Vamos tentar o menor número sugerido: 5. Se quero 5 classes e minha amplitude total é 8,5, basta dividir a amplitude total pelo número de classes escolhido para determinar os intervalos de classe. Assim,

$$\text{Intervalo de classes} = \frac{\text{amplitude total}}{\text{total de classes}} = \frac{8,5}{5} = 1,7 = 2$$

Observe que arredondamos³⁵ o valor para 2 (assim temos um número fácil de trabalhar). O que esse resultado significa? Significa que teremos cinco intervalos de amplitude 2. Desse modo, nossa nova tabela de distribuição de frequência será:

Tabela 18: Exemplo de Tabela de Distribuição de Frequência

| Notas de 40 alunos de uma disciplina | |
|--------------------------------------|-----------------------------------|
| Notas | Número de estudantes (frequência) |
| 0,0 – 2,0 | 1 |
| 2,1 – 4,1 | 12 |
| 4,2 – 6,2 | 7 |
| 6,3 – 8,3 | 11 |
| 8,4 – 10,0 | 9 |
| Total 40 | |

Observe que alterando os intervalos de classes, as concentrações mudam.

Gráficos de uma distribuição

Graficamente, uma distribuição de frequência pode ser representada pelo **histograma** ou pelo **polígono de frequência**.

³⁴ Relembrando: no nosso exemplo utilizamos 4 intervalos: 0,0–4,9; 5,0–6,9; 7,0–8,9; 9,0–10,0.

³⁵ Ver Unidade 2: Conceitos Matemáticos, Seção 6: Arredondamento, p. 35.

Ambos os gráficos são representados no sistema cartesiano, sendo o eixo x (linha horizontal) a representação da variável e no eixo y (linha vertical) a representação das freqüências.

Histograma

Vejam os um modelo de **histograma**.

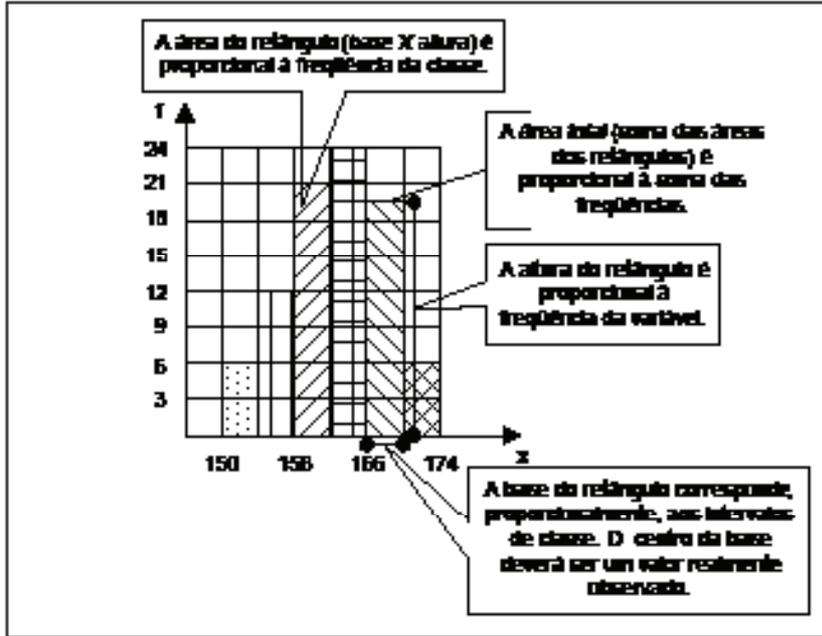


Figura 21: Modelo de Histograma

O modelo de histograma do gráfico da Figura 21, acima, revela que o **histograma** é formado por um conjunto de retângulos justapostos representados no sistema de coordenadas cartesianas, onde, o eixo x é o "eixo das variáveis" e o eixo y, o "eixo das freqüências".

As bases dos retângulos representam os *intervalos de classe* e o ponto médio delas deverá ser um valor observado no estudo das variáveis. As alturas dos retângulos são proporcionais às freqüências das classes. Calculando a área de um retângulo, encontramos a freqüência daquele intervalo de classe e calculando a área de todos os retângulos, encontramos a soma de todas as freqüências. Formalmente,

O histograma é formado por um conjunto de retângulos justapostos, cujas bases se localizam sobre o eixo horizontal, de tal modo que seus pontos médios coincidam com os pontos médios dos intervalos de classe (CRESPO, 1995, p. 69).



Polígono de frequência

Polígono de frequência é um gráfico de linha³⁶. Na verdade, essa representação gráfica nada mais é do que a união dos pontos de frequência das variáveis. Observe abaixo:

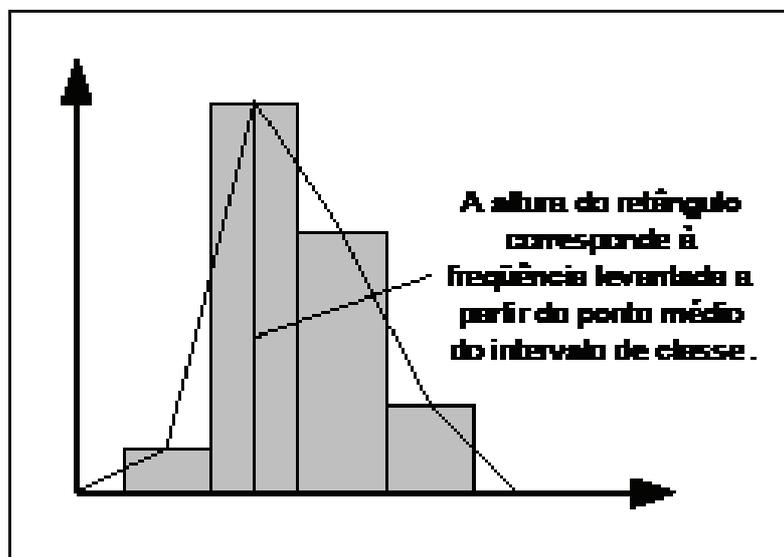


Figura 22: Polígono de Frequência: Esboço

Observando o esboço do polígono de frequência da Figura 22, acima, identificamos que a **linha** é construída a partir dos pontos médios dos topos dos retângulos de um histograma. A rigor, não precisamos construir o histograma, basta levantar uma reta a partir do ponto médio da base do triângulo (altura). Formalmente,



O polígono de frequência é um gráfico de linha, sendo as frequências marcadas sobre perpendiculares ao eixo horizontal, levantadas pelos pontos médios dos intervalos de classe (CRESPO, 1995, p. 70).

Seção 3: Um exercício completo

Vamos, agora, realizar um exercício completo sobre distribuição de frequência, envolvendo todos os fundamentos vistos até agora, incluindo a construção gráfica. Nosso problema é o seguinte:

³⁶ Ver Unidade 3: Variáveis, Tabelas e Gráficos, Seção 5: Gráficos, Diagramas, p. 49.

Ana Maria, secretária de uma grande escola, ouviu muitas conversas na secretaria. Em uma conversa dessas, ouviu uma reclamação do professor Paulo. As pessoas diziam que as notas dos seus alunos eram muito baixas; segundo a conversa, a maioria dessas notas eram abaixo da média.

Ana Maria ficou curiosa. Ela gostaria de *analisar o desempenho dos alunos do professor Paulo*, para saber se esses boatos eram verdade. Para realizar tal tarefa, ela seguiu **5 etapas**.

1ª Etapa: levantamento dos dados brutos. A primeira coisa a fazer era conseguir todas as notas dos alunos do professor Paulo. Isso foi fácil. O resultado está abaixo.

Tabela 19: Exercício: Tabela Primitiva

| Notas dos alunos do professor Paulo | | | | | | | | | | | |
|-------------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 7 | 7 | 2 | 0 | 0 | 3 | 9 | 8 | 4 | 8 | 4 |
| 1 | 7 | 9 | 6 | 7 | 7 | 1 | 4 | 0 | 2 | 1 | 1 |
| 3 | 9 | 7 | 5 | 6 | 4 | 9 | 8 | 6 | 5 | 4 | 0 |
| 8 | 9 | 3 | 2 | 9 | 6 | 8 | 7 | 4 | 5 | 4 | 8 |
| 3 | 2 | 8 | 8 | 0 | 5 | 3 | 5 | 1 | 5 | 9 | 0 |
| 9 | 9 | 3 | 9 | 8 | 8 | 7 | 5 | 8 | 7 | 0 | 2 |
| 7 | 7 | 1 | 7 | 7 | 1 | 7 | 0 | 6 | 3 | 2 | 0 |
| 2 | 7 | 8 | 6 | 2 | 1 | 6 | 7 | 4 | 6 | 9 | 6 |
| 5 | 1 | 7 | 9 | 2 | 5 | 9 | 1 | 8 | 5 | 2 | 8 |
| 7 | 3 | 0 | 7 | 8 | 8 | 6 | 9 | 7 | 4 | 8 | 3 |
| 5 | 2 | 5 | 1 | 8 | 8 | 8 | 7 | 4 | 0 | 3 | 6 |
| 2 | 9 | 8 | 4 | 8 | 5 | 8 | 6 | 5 | 8 | 6 | 4 |
| 2 | 1 | 1 | 0 | 3 | 9 | 0 | 3 | 8 | 1 | 2 | 9 |
| 1 | 7 | 4 | 9 | 0 | 3 | 8 | 1 | 2 | 9 | 7 | 7 |

Bem, como podemos notar, o professor Paulo possuía muitas turmas e, por isso, muitas notas. O levantamento inicial foi organizado em uma **Tabela primitiva**. Agora, é preciso expor esses dados em um **rol**.

2ª Etapa: construção de rol. Levantados os dados brutos, agora, é preciso organizá-los. Ana Maria realizou a tarefa colocando as notas em ordem crescente, conforme Tabela 20, abaixo.

Tabela 20: Exercício: Rol

| Notas dos alunos do professor Paulo | | | | | | | | | | | |
|-------------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 8 | 9 |
| 0 | 1 | 1 | 2 | 3 | 5 | 5 | 7 | 7 | 8 | 8 | 9 |
| 0 | 1 | 2 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7 | 8 | 8 | 9 |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7 | 8 | 8 | 9 |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7 | 8 | 8 | 9 |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7 | 8 | 8 | 9 |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7 | 8 | 8 | 9 |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7 | 8 | 8 | 9 |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7 | 8 | 8 | 9 |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7 | 8 | 9 | 9 |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7 | 8 | 9 | 9 |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 8 | 9 | 9 |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 8 | 9 | 9 |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 8 | 9 | 9 |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 8 | 9 | 9 |

Mesmo depois de ter organizado os dados, Ana Maria sentiu necessidade de diminuir os espaços. Essa foi a tarefa da próxima etapa.

3ª Etapa: construção da Tabela de Freqüência. Ana Maria percebeu que trabalhar com o *rol* era melhor que trabalhar com a *Tabela primitiva*. Mas, mesmo assim, sentiu necessidade de diminuir ainda mais a quantidade de dados. Para isso, ela construiu uma Tabela de Freqüência, já que percebeu que diversas notas se repetiam. Veja o resultado, abaixo:

Tabela 21: Exercício: Tabela de Freqüência

| Notas dos alunos do professor Paulo | |
|-------------------------------------|------------|
| Notas | Freqüência |
| 0 | 14 |
| 1 | 16 |
| 2 | 15 |
| 3 | 13 |
| 4 | 13 |
| 5 | 15 |
| 6 | 13 |
| 7 | 24 |
| 8 | 26 |
| 9 | 19 |
| 10 | 0 |
| Total 168 | |

Quando Ana Maria construiu a Tabela de Freqüência das notas dos alunos do professor Paulo ela verificou com mais clareza onde se concentravam a maioria das notas. A partir desse momento, ela já pôde dizer que as pessoas estavam enganadas, pois, embora parecesse que o professor Paulo atribuía muitas notas baixas, na verdade, as notas se concentravam entre 7, 8 e 9.

Ana Maria saiu da aparência: já pensou se ela emitisse alguma opinião com base, apenas, no levantamento inicial dos dados (Tabela Primitiva)? Bem, a chance dela fazer um julgamento equivocado seria muito grande. Mas ela ainda se sentia insegura. Portanto, ela agrupou os dados para uma análise mais apurada.

4ª Etapa: construção da Tabela de Freqüência com intervalos de classe. Quando Ana Maria decidiu agrupar ainda mais os dados, a primeira dificuldade a enfrentar foi: quantas classes e qual o intervalo delas? A primeira tarefa que realizou foi a determinação da *amplitude total de variação*, pois, a partir dela seria possível determinar os *intervalos de classes*.

Então, Ana Maria realizou a seguinte operação:

$$\text{amplitude total} = \text{nota maior} - \text{nota menor} = 9 - 0 = 9$$

De posse da amplitude total, Ana Maria decidiu que seu estudo teria 5 classes. Portanto, o *intervalo de classe* deveria ser:

$$\text{Intervalo de classes} = \frac{\text{amplitude total}}{\text{N}^{\circ} \text{ de classes}} = \frac{9}{5} = 1,8 = 2$$

Naquele momento, Ana Maria estava pronta para elaborar sua nova *Tabela de freqüência com intervalo de classes*. O resultado foi:



Ana Maria sabia que as classes, normalmente, variam de 5 a 20, conforme as regras para a elaboração de intervalos de classe.



Convém reforçar que se um intervalo é de 0 a 2 e outro intervalo é de 2 a 4, como fazer para não contar o 2 duas vezes?

A saída é considerar aquilo que na matemática se chama pontos abertos e fechados. Assim, no caso de 0 a 2, consideraremos fechado à esquerda e aberto à direita; vale dizer: o zero entra e o 2 não.

Da mesma forma, no intervalo de 2 a 4, o 2 entra e o 4 não; e assim sucessivamente.

Tabela 22: Exercício: Tabela de Frequência com intervalos de classe

| Notas dos alunos do professor Paulo | |
|-------------------------------------|------------|
| Notas | Freqüência |
| 0 a 2 | 30 |
| 2 a 4 | 28 |
| 4 a 6 | 28 |
| 6 a 8 | 37 |
| 8 a 10 | 45 |
| Total 168 | |

Organizados os dados em uma **tabela de freqüência com intervalos de classe**, Ana Maria pôde identificar, ao contrário do que as pessoas andavam conversando, que as notas se concentravam no intervalo de 8 a 10. Além disso, a segunda maior concentração das notas de seus alunos pertencia ao intervalo de 6 a 8. Os resultados do seu estudo, até aqui, demonstraram uma situação diferente do que poderia parecer à primeira vista.

Depois, para apresentar os resultados, Ana Maria construiu um gráfico.

5ª Etapa: representação gráfica. A fim de expor os dados rapidamente e com clareza, Ana Maria optou pelo **polígono de freqüência**. Veja o resultado abaixo.

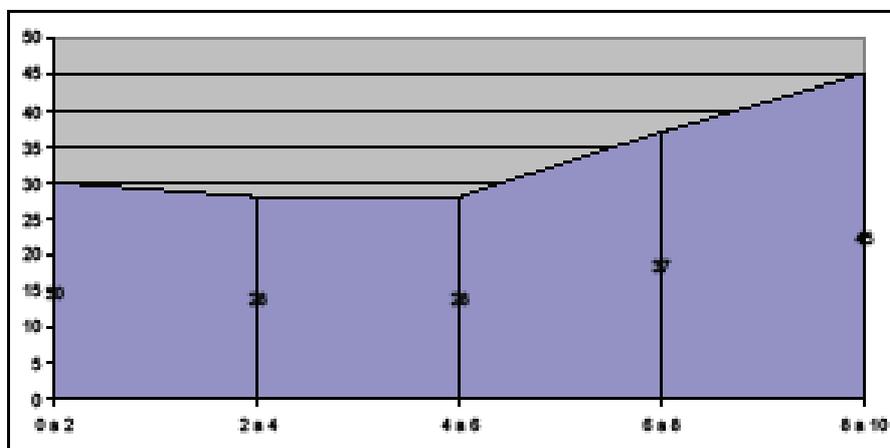


Gráfico 7: Exercício: Polígono de Frequência

Concluindo o estudo, o polígono de freqüência parece demonstrar que o resultado do trabalho do professor Paulo é satisfatório, pois, há mais alunos com notas acima do intervalo de 4 a 6 do que abaixo dele. Nada mais podemos afirmar.

Chegamos ao fim do nosso exercício. Você observou que seguindo as etapas, não é difícil estudar, com rigor, um fenômeno qualquer. Que tal você realizar uma atividade parecida?

Selecione dois diários de classe e realize todas as cinco etapas do nosso exercício:

- 1) 1ª etapa: levantamento dos dados brutos;
- 2) 2ª etapa: construção do rol;
- 3) 3ª etapa: construção da Tabela de Freqüência;
- 4) 4ª etapa: construção da Tabela de Freqüência com Intervalos de Classe;
- 5) 5ª etapa: representação gráfica.

Sugiro que você realize a atividade com diários de professores que não estejam na escola. Caso não consiga acesso aos Diários de Classe, peça a alguém para inventar algumas notas ou invente você mesmo. Coloque os resultados em seu memorial.



“Os dados coletados podem, usualmente, ser considerados como pertencentes a uma amostra extraída de grande população. Como se dispõe de muitas observações da população, é teoricamente possível (para dados contínuos) a escolha de intervalos de classe muito pequenos e ter, até, números convenientes de observações que se situam dentro de cada classe. Assim, seria possível contar com um polígono de freqüência [...] para uma grande população que tenha tantos pequenos segmentos de linha quebrada que se aproximem bastante de uma curva que será denominada curva de freqüência [...]” (SPIEGEL, 1975, p. 49).

Seção 4: As Curvas de Freqüência

Para completar nossa Unidade de estudo, vamos apenas tomar conhecimento de outras representações gráficas.

A tendência da análise de populações cada vez mais amplas é de que a *linha poligonal* se torne uma *curva*. Essa curva recebe o nome de **curva de freqüência**. Enquanto o *polígono de freqüência* nos dá a *imagem real* do fenômeno estudado, a *curva de freqüência* nos dá a *imagem tendencial*.

Na prática, essas curvas aparecem de diversas formas. Observe a Figura 23, abaixo:



“A curva simétrica caracteriza-se por apresentar o valor máximo no ponto central e os pontos equidistantes [à mesma distância] desse ponto terem a mesma frequência.” (CRESPO, 1995, p. 74).

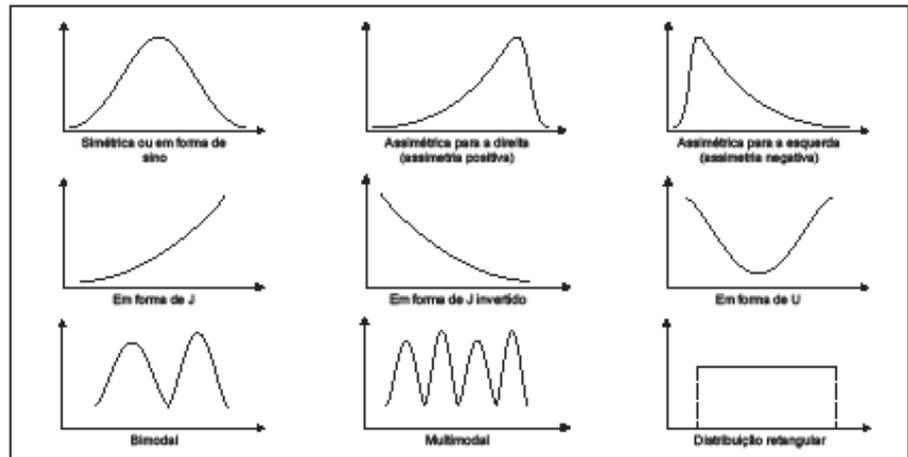


Figura 23: Curvas de Frequência

Cada curva apresenta, naturalmente, um significado diferente. A **curva simétrica** ou **em forma de sino** caracteriza-se pelo fato de apresentar um valor máximo na região central. A curva com esse comportamento simétrico é uma *curva normal*. Muitos fenômenos apresentam essa distribuição, tais como: a estatura dos adultos; o peso dos adultos; os preços relativos etc.³⁷

Alguns fenômenos apresentam uma *moderada assimetria*. Nas curvas **assimétricas** ou **desviadas**, a cauda da curva de um lado é mais longa do que do outro. Se a parte mais alongada fica à direita, chamamos a curva de **desviada para a direita** ou de **assimetria positiva**; se ocorre o contrário, a parte alongada fica à esquerda, a curva chama-se **desviada para a esquerda** ou de **assimetria negativa**.³⁸

As curvas **em forma de J** ou em **J invertido** são *extremamente assimétricas*. O ponto de máximo ocorre em uma das extremidades. São curvas típicas de fenômenos econômicos e financeiros, tais como: distribuição de vencimentos ou rendas pessoais.³⁹

Uma curva de frequência **em forma de U** possui ordenadas máximas em ambas as extremidades. Um bom exemplo de um fenômeno com esse comportamento é o da “mortalidade por idade”.⁴⁰

37 CRESPO (1995, p. 74).

38 SPIEGEL (1975, p. 49).

39 CRESPO (1995, p. 75).

40 CRESPO (1995, p. 75).

Tanto a curva **bimodal**, quanto a **multimodal** se referem à quantidade de pontos de máximos: a primeira, possui dois pontos de máximos; a segunda, mais de dois máximos.

Por fim, a **distribuição retangular** é uma manifestação rara. Apresenta todas as classes com a mesma freqüência. Representada em um *histograma*, todas as colunas apresentam a mesma altura e representada por um *polígono de freqüência*, reduz-se a um *segmento de reta horizontal*.⁴¹



1) Feita a coleta de dados das estaturas de 150 alunos, os resultados foram disponibilizados como abaixo (em centímetros). A partir de 145 cm, com intervalos de classe de 5 cm, exponha o resultado em uma Tabela.

| | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 159 | 150 | 170 | 155 | 162 | 148 | 168 | 156 |
| 150 | 153 | 165 | 162 | 155 | 165 | 153 | 157 |
| 159 | 152 | 155 | 164 | 146 | 155 | 163 | 147 |
| 152 | 150 | 149 | 157 | 167 | 154 | 157 | 156 |
| 151 | 159 | 163 | 146 | 157 | 162 | 157 | 158 |
| 152 | 152 | 146 | 160 | 171 | 156 | 147 | 156 |
| 154 | 159 | 166 | 156 | 152 | 147 | 166 | 148 |
| 152 | 153 | 177 | 148 | 162 | 150 | 150 | 162 |
| 159 | 154 | 148 | 150 | 160 | 156 | 148 | 160 |
| 153 | 159 | 161 | 156 | 156 | 155 | 178 | 151 |
| 161 | 154 | 156 | 160 | 146 | 172 | 158 | 153 |
| 150 | 151 | 147 | 148 | 157 | 146 | 163 | 159 |
| 155 | 159 | 167 | 151 | 163 | 158 | 167 | 157 |
| 160 | 154 | 158 | 163 | 158 | 161 | 148 | 158 |
| 153 | 153 | 161 | 161 | 147 | 158 | 157 | 154 |
| 174 | 159 | 168 | 147 | 151 | 168 | 169 | 158 |
| 151 | 154 | 147 | 155 | 155 | 151 | 151 | 157 |
| 155 | 152 | 164 | 164 | 158 | 164 | 164 | 149 |
| 163 | 152 | 169 | 149 | 164 | 153 | -- | -- |

Fonte: CASTRO (1964, p. 3)

2) A partir da Tabela de Distribuição de Freqüência, acima, construa o gráfico de barras que a representa.

41 CRESPO (1995, p. 76).

