Decibéis, filtros e gráficos de Bode



Objetivos

- Desenvolver a confiança no uso de logaritmos e decibéis na descrição dos níveis de potência e tensão.
- Familiarizar-se com a resposta em frequência de filtros passa-alta e passa-baixa. Aprender a calcular a frequência de corte e a descrever a curva de fase.
- Calcular as frequências de corte e esboçar a resposta em frequência de um filtro passa-faixa, rejeita-faixa (atenuação) ou banda dupla.
- Desenvolver habilidades na interpretação e na verificação do gráfico de Bode de qualquer filtro.
- Entender as características e a operação de um circuito de desvio (crossover).

21.1 INTRODUÇÃO

A unidade decibel (dB), definida por uma expressão logarítmica, é usada em toda a indústria para definir níveis de áudio, ganho de tensão, energia, intensidade de campo e assim por diante. É preciso um pouco de conhecimento para se sentir totalmente à vontade com essa unidade de medida, mas, com o tempo, sua utilidade se tornará evidente. Por um lado, ela remove a necessidade de trabalhar com números extremamente grandes, que normalmente perdem seu significado quando certos níveis são alcançados. Um bom exemplo de seu uso é em sistemas de áudio, em que um ganho de 3 dB é aquele que pode ser detectado pelo ouvido humano e níveis de escuta normais. Em baixos volumes, um ganho de 2 dB normalmente é detectável, mas, em altos níveis, pode ser necessário um ganho de 6 dB para detectar a diferença. A conversa normal ocorre em torno de 60 dB, enquanto um dano ao tímpano pode começar a ocorrer em 100 dB ou mais. Outros exemplos de uso de decibéis aparecerão no decorrer do capítulo, para assegurar a compreensão do impacto dessa unidade de medida. Como dissemos, ela é tão usada que é de importância fundamental que sua utilização seja entendida completa e corretamente.

O uso dos logaritmos na indústria é tão grande que o profundo entendimento dos seus propósitos e do seu uso é absolutamente necessário. À primeira vista, os logaritmos podem parecer entidades vagas e misteriosas devido às operações matemáticas necessárias para determinar o logaritmo e o antilogaritmo, usando métodos manuais de consulta em tabelas que, geralmente, são ensinados nos cursos de matemática. Entretanto, hoje em dia, praticamente todas as calculadoras científicas possuem as funções logaritmos decimal e natural, eliminando a complexidade de seu uso e permitindo ao usuário se concentrar nos aspectos positivos do uso dessas funções.

Logaritmos

Relações básicas. Examinemos primeiro a relação entre as variáveis da função logaritmo. A expressão matemática

$$N = (b)^{n}$$

determina que o número N é igual à base b elevada à potência x. Eis alguns exemplos:

$$100 = (10)^2$$

 $27 = (3)^3$
 $54,6 = (e)^4$ onde $e = 2,7183$

Se desejarmos encontrar o expoente *x* que satisfaça a equação:

$$1200 = (10)^{x}$$

o valor de *x* pode ser obtido, utilizando logaritmos, da seguinte maneira:

$$x = \log_{10} 1200 = 3,079$$

revelando que

$$10^{3,079} = 1200$$

Observe que usamos o logaritmo na base 10 - o número que foi elevado à potência x. Não existe restrição quanto ao número usado na base, porém, as tabelas e as calculadoras são projetadas para lidar apenas com logaritmos na base 10 (logaritmos comuns, **LOG**) e logaritmos na base e = 2,7183 (logaritmos naturais, **IN**). Recapitulando:

Se
$$N = (b)^x$$
, então $x = \log_b N$. (21.1)

A base a ser usada depende do tipo de aplicação. Caso seja necessária a conversão de uma base em outra, a seguinte equação poderá ser usada:

$$\log_e x = 2,3 \, \log_{10} x \tag{21.2}$$

Neste capítulo, concentraremos os nossos estudos apenas nos logaritmos decimais. Entretanto, muitas das conclusões obtidas são também aplicáveis aos logaritmos naturais. Algumas áreas de aplicação. A seguir, apresenta--se uma pequena lista das aplicações mais comuns da função logaritmo.

- Pode-se representar graficamente a resposta de um sistema para uma faixa de valores cuja representação seria, de outro modo, impossível ou muito extensa com uma escala linear.
- Níveis de potência e tensão, entre outros, podem ser comparados sem que se tenha de operar com números muito grandes ou muito pequenos que, frequentemente, não deixam claro qual é o real impacto na diferença entre os valores comparados.
- Muitos sistemas naturais respondem a estímulos externos de forma logarítmica. O resultado é um modelo matemático que permite obter diretamente a resposta do sistema a um sinal particular de entrada.
- 4. A resposta de um sistema em cascata pode ser rapidamente determinada usando logaritmos quando os logaritmos dos ganhos de todos os estágios são conhecidos. Essa característica será demonstrada brevemente com um exemplo.

Gráficos. Existem dois tipos especiais de papel para gráficos baseados no uso de logaritmos: o papel semilog e o papel log-log. No papel semilog, uma escala é logarítmica, e a outra, linear. No papel log-log, as duas escalas são logarítmicas. A Figura 21.1 mostra uma seção



Figura 21.1 Papel semilog.

da folha de papel semilog. Observe que a escala vertical é linear (intervalos igualmente espaçados), e que os intervalos de repetição da escala logarítmica são múltiplos de 10.

Os espaçamentos na escala logarítmica são determinados a partir do cálculo do logaritmo decimal (base 10) do número usado na escala. Essa começa com 1, já que $\log_{10} 1 = 0$. A distância entre 1 e 2 é dada por \log_{10} 2 = 0,3010, ou aproximadamente 30 por cento da distância de um intervalo logarítmico, conforme mostra o gráfico. A distância entre 1 e 3 é dada por $\log_{10} 3 = 0.4771$, ou cerca de 48 por cento de um intervalo logarítmico. Para referência futura, tenha em mente que 50 por cento de um intervalo logarítmico é representado pelo número 3 e não pelo 5, como seria no caso de uma escala linear. Além disso, note que o número 5 é cerca de 70 por cento de um intervalo logarítmico, e o 8, cerca de 90 por cento. O conhecimento das posições dos pontos 2, 3, 5 e 8 pode ser muito útil se pontos de uma escala logarítmica não estiverem numerados.

Como

$$log_{10} 1 = 0$$
$$log_{10} 10 = 1$$
$$log_{10} 100 = 2$$
$$log_{10} 1000 = 3$$

as distâncias entre 1 e 10, 10 e 100, 100 e 1.000 etc. são iguais, como pode ser visto nas figuras 21.1 e 21.2.

É importante observar que

uma escala logarítmica não pode começar em zero no papel semilog.

Na Figura 21.1, ela começa em 1, e cada intervalo é marcado por uma potência de 10. Qualquer número menor que 1 é negativo; por exemplo,

$$\log_{10}(0,999) = -4,35 \times 10^{-4}$$

Observe nas figuras 21.1 e 21.2 que uma escala logarítmica fica comprimida no extremo superior de cada intervalo. Com o aumento dos valores de frequência associado a cada intervalo, um único gráfico pode representar frequências de 1 Hz a 1 MHz, como vemos na Figura 21.2,

em que foram assinalados os valores correspondentes a 30, 50, 70 e 90 por cento de cada intervalo.

Em muitos gráficos com escala logarítmica, os valores intermediários geralmente não são indicados por causa da falta de espaço. A equação a seguir pode ser usada para determinar o valor correspondente a um ponto qualquer de uma escala logarítmica situado entre dois pontos conhecidos, usando uma régua ou simplesmente estimando as distâncias. Os parâmetros envolvidos estão definidos na Figura 21.3.

Valor =
$$10^x \times 10^{d_1/d_2}$$
 (21.3)

A dedução da Equação 21.3 é simplesmente uma extensão do método usado para determinar as distâncias que aparecem na Figura 21.1.

EXEMPLO 21.1

Determine o valor do ponto indicado no gráfico mostrado na Figura 21.4 usando as distâncias obtidas com o uso de uma régua (linear).

Solução:

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{7/16''}{3/4''} = \frac{0,438''}{0,750''} = 0,584$$

Usando uma calculadora, temos:

$$10^{d_1/d_2} = 10^{0.584} = 3.837$$

Aplicando a Equação 21.3,

Valor =
$$10^x \times 10^{d_1/d_2} = 10^2 \times 3,837$$

= 383,7

21.2 PROPRIEDADES DOS LOGARITMOS

Existem algumas características dos logaritmos que devem ser enfatizadas:

1. O logaritmo decimal, ou neperiano, do número 1 é igual a 0.



Figura 21.2 Escala logarítmica para frequências.



Figura 21.3 Leitura de um valor em um gráfico logarítmico.





assim como $10^x = 1$ exige x = 0.

2. O logaritmo de um número menor que 1 é um número negativo.

$$\log_{10} \frac{1}{2} = \log_{10} 0.5 = -0.3$$
$$\log_{10} \frac{1}{10} = \log_{10} 0.1 = -1$$

3. O logaritmo do produto de dois números é a soma dos logaritmos dos números.

 $\log_{10} ab = \log_{10} a + \log_{10} b \tag{21.5}$

4. O logaritmo do quociente de dois números é o logaritmo do numerador menos o do denominador.

$$\log_{10} \frac{a}{b} = \log_{10} a - \log_{10} b \tag{21.6}$$

5. O logaritmo de um número elevado a uma potência é o produto da potência pelo logaritmo do número.

 $\log_{10} a^n = n \log_{10} a \tag{21.7}$

Operações com calculadoras

Usando a calculadora TI-89, obtemos o logaritmo comum de um número selecionando primeiro a tecla CATALOG e depois rolando para encontrar a função de logaritmo. Podemos reduzir o tempo envolvido nessa rolagem selecionando primeiro a tecla com a primeira letra da função desejada — nesse caso, *L*, como vemos a seguir, para encontrar o logaritmo comum do número 80:

Para executar a operação inversa, isto é, obter o antilogaritmo N de um número dado, utiliza-se a função 10 que está após a letra Z no catálogo. É mais fácil selecionar A para iniciar no topo da listagem e depois voltar até a função de potência de 10 usando a opção de rolagem para cima. O antilogaritmo do número 0,6 é obtido da seguinte forma:

EXEMPLO 21.2

÷ 1

Determine o valor de cada uma das seguintes expressões logarítmicas:

a)
$$\log_{10} 0,004$$

b) $\log_{10} 250.000$
c) $\log_{10} (0,08)(240)$
d) $\log_{10} \frac{1 \times 10^4}{1 \times 10^{-4}}$
e) $\log_{10}(10)^4$
Soluções:
a) -2,40
b) +5,40
c) $\log_{10}(0,08)(240) = \log_{10} 0,08 + \log_{10} 240 = -1,097 + 2,380 = 1,28$
d) $\log_{10} \frac{1 \times 10^4}{1 \times 10^{-4}} = \log_{10} 1 \times 10^4$
 $- \log_{10} 1 \times 10^{-4} = 4 - (-4) = 8$
e) $\log_{10} 10^4 = 4 \log_{10} 10 = 4(1) = 4$

21.3 O DECIBEL

Ganho de potência

Dois valores de potência podem ser comparados usando-se uma unidade denominada *bel*, definida pela seguinte equação:

$$B = \log_{10} \frac{P_2}{P_1}$$
 (bels) (21.8)

No entanto, para obter uma unidade de *menor* magnitude, o **decibel** é definido pela equação:

$$1 \text{ bel} = 10 \text{ decibels (dB)}$$
(21.9)

O resultado é a importante equação a seguir, que compara os valores de potência P_2 e P_1 em decibéis:

$$dB = 10 \log_{10} \frac{P_2}{P_1} \quad (\text{decibéis, dB}) \quad (21.10)$$

Se os valores de potência forem iguais $(P_2 = P_1)$, não há diferença entre os valores de potência e dB = 0. Se houver um aumento no valor da potência $(P_2 > P_1)$, o valor de dB resultante será positivo. Se houver diminuição no valor da potência $(P_2 < P_1)$, o valor em decibel resultante será negativo.

No caso especial em que $P_2 = 2P_1$, o ganho em decibéis é:

dB = 10 log₁₀
$$\frac{P_2}{P_1}$$
 = 10 log₁₀ 2 = 3 dB

Portanto, para um sistema de alto-falantes, um aumento de 3 dB na saída requer que o valor da potência seja dobrado. A indústria de áudio tem como regra geralmente aceitar que aumentos razoáveis de nível sonoro sejam obtidos com variações de 3 dB na saída dos equipamentos. Em outras palavras, um aumento de 1 dB é praticamente imperceptível, e um de 2 dB está no limite da percepção. Um aumento de 3 dB resulta normalmente em uma variação facilmente detectável do volume sonoro. Um aumento adicional geralmente é obtido quando se eleva a saída com mais 3 dB. Se usarmos um sistema de 8 W, uma elevação de 3 dB requererá que a saída passe para 16 W, enquanto um novo aumento de 3 dB (resultando em uma variação total de 6 dB) exigirá um sistema de 32 W, como mostram os cálculos a seguir:

dB = 10 log₁₀
$$\frac{P_2}{P_1}$$
 = 10 log₁₀ $\frac{16}{8}$ = 10 log₁₀ 2 = 3 dB
dB = 10 log₁₀ $\frac{P_2}{P_1}$ = 10 log₁₀ $\frac{32}{8}$ = 10 log₁₀ 4 = 6 dB

$$dB = 10 \log_{10} \frac{1}{P_1} = 10 \log_{10} \frac{1}{8} = 10 \log_{10} 4 = 10$$

Para
$$P_2 = 10P_1$$

$$P_2 = 10P_1,$$

dB = 10 log₁₀ $\frac{P_2}{P_1} = 10 \log_{10} 10 = 10(1) = 10 \text{ dB}$

resultando em uma situação única em que o ganho de potência é numericamente igual ao ganho em decibéis.

Para algumas aplicações é estabelecido um nível de referência para permitir uma comparação de valores em decibéis de sistemas diferentes. No caso dos sistemas de comunicação, um nível de referência muito usado é:

$$P_{\rm ref} = 1 \text{ mW} \text{ (através de uma carga de 600 } \Omega)$$

A Equação 21.10 é normalmente escrita da seguinte maneira:

$$dB_m = 10 \log_{10} \frac{P}{1 \text{ mW}} \Big|_{600 \Omega}$$
(21.11)

Observe o índice m que indica que o valor em decibéis foi medido em relação a um nível de referência de 1 mW.

Em particular, para P = 40 mW,

$$dB_m = 10 \log_{10} \frac{40 \text{ mW}}{1 \text{ mW}} = 10 \log_{10} 40 =$$
$$= 10(1,6) = 16 \text{ dB}_m$$

enquanto para P = 4 W,

$$\mathrm{dB}_m = 10 \log_{10} \frac{4000 \text{ mW}}{1 \text{ mW}} = 10 \log_{10} 4000 =$$

$$= 10(3,6) = 36 \, \mathrm{dB}_m$$

Embora o valor da potência tenha aumentado por um fator de 4.000 mW/40 mW = 100, o aumento em dB_m foi de apenas 20 dB_m. Com o tempo, o leitor se acostumará a interpretar especificações como 16 dB_m e 36 dB_m em termos das variações de potência envolvidas. Um aumento de 20 dB_m também será associado a um ganho significativo nos níveis de potência.

Ganho de tensão

O decibel também é usado para comparar valores de tensão. Substituindo as equações básicas de potência, $P_2 = V_2^2/R_2$ e $P_1 = V_1^2/R_1$, na Equação 21.10 obtemos:

Para o caso em que $R_2 = R_1$, uma condição normalmente considerada quando comparamos valores de tensão em decibéis, o segundo termo da equação acima se anula $(\log_{10} 1 = 0)$, e

$$dB_{v} = 20 \log_{10} \frac{V_2}{V_1} \qquad (db) \qquad (21.12)$$

Observe que o índice *v* define que o decibel está sendo usado para comparar tensões.

EXEMPLO 21.3

Calcule o ganho de tensão em dB de um sistema no qual o sinal aplicado é 2 mV e a tensão de saída é 1,2 V. Solução:

$$dB_{v} = 20 \log_{10} \frac{V_{o}}{V_{i}} = 20 \log_{10} \frac{1.2 \text{ V}}{2 \text{ mV}} =$$
$$= 20 \log_{10} 600 = 55,56 \text{ dB}$$

para um ganho de tensão $A_v = V_o / V_i$ de 600.

EXEMPLO 21.4

Se um sistema tem um ganho de tensão de 36 dB, calcule a tensão aplicada se a de saída for 6,8 V. Solução:

$$dB_v = 20 \log_{10} \frac{V_o}{V_i}$$
$$36 = 20 \log_{10} \frac{V_o}{V_i}$$
$$1.8 = \log_{10} \frac{V_o}{V_i}$$

Calculando o antilogaritmo,

$$\frac{V_o}{V_i} = 63,096$$

e $V_i = \frac{V_o}{63,096} = \frac{6,8 \text{ V}}{63,096} = 107,77 \text{ mV}$

A Tabela 21.1 mostra uma comparação entre os ganhos de tensão medidos diretamente e os ganhos em decibéis. Note, em particular, que, quando os valores de tensão são comparados, o dobro de um valor resulta em uma variação de 6 dB e não de 3 dB, como no caso de valores de potência.

Além disso, observe que um aumento de ganho de 1 para 100.000 resulta em uma variação em decibéis que pode ser facilmente plotada em um gráfico. Observe também que a duplicação do ganho (de 1 para 2, de 10 para 20 etc.) resulta em um aumento de 6 dB, ao passo que quando o ganho é multiplicado por 10 (de 1 para 10, de 10 para 100 etc.) o aumento é de 20 dB.

Tabela 21.1

V_o/V_i	$\mathbf{dB} = 20 \log_{10}(V_o / V_i)$	
1	0 dB	
2	6 dB	
10	20 dB	
20	26 dB	
100	40 dB	
1.000	60 dB	
100.000	100 dB	

A resposta do ouvido humano

Uma das aplicações mais frequentes de escalas em decibéis está nas indústrias de comunicações e entretenimento. O ouvido humano não responde de maneira linear a variações da potência sonora; ou seja, quando a potência sonora é duplicada de 1/2 W para 1 W, o som correspondente não é ouvido com o dobro da intensidade. Além disso, uma variação de 5 W para 10 W é percebida pelo ouvido como semelhante a uma variação de 1/2 W para 1 W. Em outras palavras, a relação entre valores é a mesma nos dois casos (1 W/0,5 W = 10 W/5 W = 2), ocasionando a mesma variação em dB definida pela Equação 21.7. Portanto, o ouvido humano responde de maneira logarítmica à variação da potência sonora.

Para estabelecer uma base de comparação entre níveis sonoros, o valor de referência de 0,0002 **microbares** (μ bar) foi escolhido, sendo que 1 μ bar é uma unidade de pressão equivalente a 1 dina por centímetro quadrado, também igual a cerca de 1 milionésimo da pressão atmosférica normal ao nível do mar. O valor de pressão de 0,0002 μ bar corresponde ao limiar da audição. Usando esse valor de referência, a pressão sonora em decibéis é dada pela seguinte equação:

$$dB_s = 20 \log_{10} \frac{P}{0.0002 \ \mu \text{bar}}$$
(21.13)

onde P é a pressão sonora em microbares.

Os valores em decibéis apresentados na Tabela 21.2 foram calculados usando a Equação 21.13. Os medidores de intensidade sonora são calibrados com os valores obtidos com o uso da Equação 21.13 e mostrados na Tabela 21.2.

Em particular, observe o nível sonoro para iPods e aparelhos MP3. Com base na pesquisa, sugerimos que eles não sejam usados por mais de 1 hora por dia a 60 por cento do volume máximo, para evitar danos permanentes na audição. Lembre-se sempre de que os danos na audição normalmente não são reversíveis, de modo que qualquer perda pode ser definitiva.

Um questionamento comum relativo aos níveis de áudio é sobre quanto deveria ser aumentada a potência de uma fonte sonora para que o nível sonoro recebido pelo ouvido humano fosse duas vezes maior. A questão não é tão simples como parece, já que a resposta depende de fatores como a distribuição de frequências do sinal sonoro, as condições acústicas do ambiente e as propriedades físicas do meio no qual o som está se propagando, bem como — é claro — das características de resposta do ouvido humano. Entretanto pode ser formulada uma conclusão geral de que existem valores práticos como os que aparecem à esquerda da escala em dB ilustrada na Tabela 21.2. Cada

752 Introdução à análise de circuitos

 Tabela 21.2
 Intensidades sonoras típicas e seus valores em decibéis.



nível de potência está associado a um determinado nível em dB, e uma variação de 10 dB na escala corresponde a um aumento ou a uma diminuição da potência sonora por um fator de 10. Por exemplo, uma variação de 90 dB para 100 dB está associada à variação de 3 a 30 W. Com base em experiências, sabe-se que em média os níveis sonoros subjetivos dobram a cada aumento de 10 dB na potência sonora — uma conclusão que pode ser verificada pelos exemplos à direita da escala vista na Tabela 21.2.

Para duplicar a intensidade do som percebido pelo ouvido humano é preciso multiplicar por 10 a potência (em watts) da fonte sonora.

Em outras palavras, para dobrar o nível acústico de uma fonte de 1 W é necessário aumentar a potência da fonte para 10 W.

Além do mais:

Em níveis de escuta normais, seria necessária uma mudança de cerca de 3 dB (o dobro do nível de potência) para que a mudança pudesse ser percebida pelo ouvido humano. Em baixos volumes de som, uma mudança de 2 dB pode ser percebida, mas pode ser necessária uma mudança de 6 dB (quatro vezes o nível de potência) para volumes muito maiores.

Um último exemplo do uso do dB como unidade de medida é o LRAD (Long Range Acoustic Device), que aparece na Figura 21.5. Ele emite um som entre 2.100 Hz e 3.100 Hz a 145 dB, que é eficiente em até 500 m, ou quase dois campos de futebol. O som em seu volume máximo é milhares de vezes mais alto do que um alarme de incêndio. Ele pode ser usado para transmitir informações e instruções críticas, e é capaz de emitir potentes sons de dissuasão contra intrusos.

Instrumentação

Muitos multímetros analógicos e digitais modernos possuem uma escala de potência em dB usando como referência 1 mW e 600 Ω . Como uma leitura de precisão acontece apenas se a impedância característica da carga não for muito diferente de 600 Ω , a referência 1 mW, 600 Ω normalmente aparece impressa no mostrador do instrumento,

Figura 21.5LRAD (Long Range Acoustic Device)1000X. (Cortesia da American Technology Corporation.)

como mostra a Figura 21.6. A escala em dB está em geral associada à menor escala de tensão alternada do medidor. Em outras palavras, para fazer uma medida de potência em dB, selecione a menor escala de tensão alternada, porém, faça a leitura na escala em dB. Caso seja usada outra escala de tensão, é necessário multiplicar o resultado da leitura por um fator de correção que às vezes está impresso no mostrador do instrumento, mas que sempre aparece no manual do aparelho. Se a impedância for diferente de 600 Ω ou não for puramente resistiva, será necessária a utilização de outros fatores de correção que normalmente aparecem no manual do medidor. Usando a equação básica de potência $P = V^2/R$, vemos que fornecer uma potência de 1 mW a uma carga de 600 Ω é o mesmo que aplicar 0,775 V rms a essa mesma carga; ou seja, $V = \sqrt{PR} = \sqrt{(1 \text{ mW})(600\Omega)} = 0.775 \text{ V}.$ O resultado é uma indicação de 0 dB [definição do ponto de referência de 1 mW, dB = $10 \log_{10} (P_2/P_1) = 10 \log_{10} (1$ mW/1 mW (ref) = 0 dB e 0,775 V rms na mesma posição,como mostra a Figura 21.6. A aplicação de uma tensão de 2,5 V a uma carga de 600 Ω resultará em um valor para dB de 20 $\log_{10} (V_2 / V_1) = 20 \log_{10} (2.5 \text{ V}/0.775 \text{ V} = 10.17 \text{ dB},$ e, portanto, 2,5 V e 10,17 dB estão associados à mesma

Figura 21.6 Relação entre uma escala de potência em dB tendo como referência 1 mW e 600 Ω e uma escala de tensão rms de 3 V.

posição do ponteiro. As tensões menores que 0,775 V, como 0,5 V, resultam em um valor em dB de dB = 20 $\log_{10} (V_2 / V_1) = 20 \log_{10} (0.5 V/0.775 V) = -3.8 dB$, como se pode ver na escala mostrada na Figura 21.6. Embora a leitura de 10 dB indique uma potência 10 vezes maior que o valor de referência, não se pode considerar que uma leitura de 5 dB signifique que o valor de saída é 5 mW. A relação de 10 para 1 constitui um caso especial no uso logarítmico. No caso da leitura de 5 dB, o valor da potência deve ser calculado determinando o antilogaritmo, que vale 3,126, revelando ser o valor de potência, associado a 5 dB, cerca de 3,1 vezes a referência, ou seja, 3,1 mW. Em geral, o manual do instrumento fornece uma tabela para tais conversões.

21.4 FILTROS

Qualquer combinação de dispositivos passivos (R, $L \in C$) e/ou ativos (transistores e amplificadores operacionais) projetada para selecionar ou rejeitar uma faixa de frequências é denominada **filtro**. Nos sistemas de comunicações, os filtros são usados para deixar passar as frequências que contêm as informações desejadas e rejeitar as frequências restantes. Nos sistemas de som estéreo, os filtros podem ser usados para reforçar ou atenuar certas bandas de frequências enviadas ao sistema acústico de saída (amplificador, alto-falantes etc.). Os filtros também são usados para eliminar frequências indesejáveis, denominadas *ruído*, geradas por alguns componentes eletrônicos com características não lineares ou captadas do ambiente. Os filtros podem ser divididos em duas categorias:

- Filtros passivos são aqueles que contêm combinações em série e em paralelo de resistores, indutores e capacitores.
- Filtros ativos são aqueles que, além de resistores, indutores e capacitores, também usam dispositivos como transistores e amplificadores operacionais.

Como neste livro só estudaremos componentes passivos, as análises deste capítulo ficarão também limitadas aos filtros passivos. Além disso, apenas as configurações fundamentais serão estudadas nas próximas seções. O estudo dos filtros constitui uma área muito extensa que continua a receber financiamento privado e governamental à medida que novos sistemas de comunicação são desenvolvidos para atender às demandas de aumento da velocidade e da capacidade de transmissão de dados. Existem cursos e livros dedicados somente à análise e ao projeto de filtros, que podem ser sistemas muito complexos e sofisticados. Mas, em geral, todos os filtros podem ser classificados em quatro grandes categorias: **passa-baixas**, **passa-altas**, **passa-faixa** e **banda de atenuação**, conforme ilustra a Figura 21.7. Para cada uma dessas categorias

Figura 21.7 As quatro categorias gerais de filtros.

existem frequências críticas que determinam as bandas de passagem ou as de atenuação (estas últimas também são denominadas bandas de *rejeição*). As frequências incluídas na banda de passagem passam para o estágio seguinte do filtro com pelo menos 70,7 por cento da tensão de entrada. Lembre-se de que o valor 0,707 foi usado para definir a largura de banda de um circuito ressonante em série ou em paralelo (ambos possuem uma curva de resposta semelhante à do filtro passa-faixa).

No caso de alguns filtros de banda de atenuação, essa banda de passagem é determinada por outras condições que não utilizam o fator 0,707. Na realidade, em muitos desses filtros, a condição $V_o = 1/1.000 V_{máx}$ (que corresponde a –60 dB na discussão a seguir) é usada para delimitar a banda de atenuação, enquanto a banda de passagem continua a ser delimitada pelo nível de 0,707 V. As frequências entre as duas regiões são denominadas *frequências de transição* e estabelecem a *região de transição*.

Nas próximas seções, analisaremos pelo menos um exemplo de cada um dos filtros ilustrados na Figura 21.7. Observe, em particular, a relativa simplicidade de alguns dos circuitos.

21.5 FILTRO R-C PASSA-BAIXA

O filtro *R-C*, cujo circuito é extremamente simples, pode ser usado como filtro passa-baixa ou como filtro passa-alta. Se a saída for obtida a partir do capacitor, como mostra a Figura 21.8, o circuito se comportará como um filtro passa-baixa. Se as posições do resistor e do capacitor forem invertidas e a saída obtida a partir do resistor, o circuito se comportará como um filtro passa-alta.

Uma observação inicial da Figura 21.7(a) revela que um filtro passa-baixa deve permitir a passagem de baixas frequências com uma pequena atenuação e atenuar fortemente todas as outras acima de um certo valor crítico. Analisemos primeiro o circuito nos extremos de frequência de f = 0 Hz e de frequências muito altas para testar a resposta do circuito.

 $\operatorname{Para} f = 0$ Hz,

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \infty \,\Omega$$

e podemos substituir o capacitor por um curto-circuito, como na Figura 21.9, obtendo $V_a = V_i$.

Para frequências muito altas, a reatância é:

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} \cong 0 \ \Omega$$

e podemos substituir o capacitor por um curto-circuito, como na Figura 21.10, obtendo $V_{o} = 0$ V.

Figura 21.8 Filtro passa-baixa.

Figura 21.9 Filtro R-C passa-baixa em baixas frequências.

Figura 21.10 Filtro R-C passa-baixa em altas frequências.

A Figura 21.11 mostra o gráfico de V_o em função da frequência. Nosso próximo objetivo está agora claramente definido: obter a frequência na qual ocorre a transição de uma banda de passagem para a banda de atenuação.

Costuma-se usar um gráfico normalizado em vez do gráfico de V_o em função da frequência, veja a Figura 21.11.

Normalização é um processo pelo qual uma grandeza como tensão, corrente ou impedância é dividida por uma grandeza com as mesmas unidades para se obter um valor adimensional que reflete a amplitude dessa grandeza.

No caso da curva de resposta de um filtro, podemos obter um gráfico normalizado dividindo o valor da grandeza que está sendo plotada na saída do circuito, como V_o , na Figura 21.11, pelo valor da tensão aplicada V_i para a faixa de frequência de interesse. Como o valor máximo de V_o para o filtro passa-baixa da Figura 21.8 é V_i , cada nível de V_o , na Figura 21.11, é dividido pelo nível de V_i . O resultado é o gráfico de $A_v = V_o / V_i$, visto na Figura 21.12. Observe que o máximo de A_v é 1, e que a frequência de corte é definida no nível 0,707.

Para qualquer frequência central, a tensão de saída V_o , vista na Figura 21.8, pode ser obtida usando a regra dos divisores de tensão:

Figura 21.11 V_o em função da frequência para um filtro *R*-*C* passa-baixa.

Figura 21.12 Gráfico da Figura 21.11 normalizado.

ou:

$$\mathbf{A}_{v} = \frac{\mathbf{V}_{o}}{\mathbf{V}_{i}} = \frac{X_{C} \angle -90^{\circ}}{R - jX_{C}} = \frac{X_{C} \angle -90^{\circ}}{\sqrt{R^{2} + X_{C}^{2}} \angle -\mathrm{tg}^{-1}(X_{C}/R)}$$

e

A

e

$$\mathbf{A}_{\upsilon} = \frac{\mathbf{V}_o}{\mathbf{V}_i} = \frac{X_C}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} \angle -90^\circ + \mathrm{tg}^{-1} \left(\frac{X_C}{R}\right)$$

A magnitude da razão V_0/V_i é, portanto, determinada por:

$$A_{v} = \frac{V_{o}}{V_{i}} = \frac{X_{C}}{\sqrt{R^{2} + X_{C}^{2}}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{R}{X_{C}}\right)^{2} + 1}}$$
(21.14)

e a fase é determinada por:

$$\theta = -90^{\circ} + \mathrm{tg}^{-1} \frac{X_C}{R} = -\mathrm{tg}^{-1} \frac{R}{X_C}$$
 (21.15)

Para a frequência particular em que $X_C = R$, essa razão se transforma em:

$$A_{v} = \frac{V_{o}}{V_{i}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{R}{X_{C}}\right)^{2} + 1}} = \frac{1}{\sqrt{1+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707$$

que determina a frequência crítica ou de corte vista na Figura 21.12.

A frequência para a qual $X_C = R$ é dada por:

$$\frac{1}{2\pi f_c C} = R$$

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$
(21.16)

A importância da Equação 21.16 é maior que sugere a sua relativa simplicidade. Em qualquer filtro passa-baixa, a aplicação de uma frequência menor que f_c resulta em tensão de saída V_o de pelo menos 70,7 por cento do valor máximo. Por outro lado, em qualquer frequência acima de f_c a saída é menor que 70,7 por cento do sinal aplicado.

Explicitando \mathbf{V}_{o} e fazendo $\mathbf{V}_{i} = V_{i} \angle 0^{\circ}$, temos:

$$\mathbf{V}_{o} = \left[\frac{X_{C}}{\sqrt{R^{2} + X_{C}^{2}}} \angle \theta\right] \mathbf{V}_{i} = \left[\frac{X_{C}}{\sqrt{R^{2} + X_{C}^{2}}} \angle \theta\right] V_{i} \angle 0^{\circ}$$

$$\mathbf{e} \qquad \mathbf{V}_{o} = \frac{X_{C} V_{i}}{\sqrt{R^{2} + X_{C}^{2}}} \angle \theta$$

Portanto, o ângulo θ expressa a diferença de fase entre \mathbf{V}_o e \mathbf{V}_i . Como $\theta = -\operatorname{tg}^{-1}R/X_C$ é sempre negativo (exceto quando f = 0 Hz), \mathbf{V}_o está sempre atrasada em relação a \mathbf{V}_i , sendo o circuito da Figura 21.8 denominado *circuito de atraso*.

Em altas frequências, X_C é muito pequena, e a razão (R/X_c) é muito grande, resultando em $\theta = -tg^{-1}R/X_C$ próximo de -90°.

Em baixas frequências, X_c é muito grande e a razão (R/X_c) é muito pequena, resultando em $\theta = -tg^{-1} R/X_c$, próximo de 90°.

Para $X_C = R$ ou $f = f_C$, $-tg^{-1}R/X_C = -tg^{-1}1 = -45^{\circ}$.

Plotando θ em função da frequência, obtemos o gráfico de fase mostrado na Figura 21.13.

O gráfico é o de \mathbf{V}_o adiantada em relação a \mathbf{V}_i , mas como o ângulo de fase é sempre negativo, o gráfico de fase da Figura 21.14 (para \mathbf{V}_o atrasada em relação a \mathbf{V}_i) é mais apropriado. Note que a mudança no sinal requer que o eixo vertical seja alterado para o caso em que \mathbf{V}_o está atrasada em relação a \mathbf{V}_i . Observe que dentro da banda de passagem o ângulo de fase entre \mathbf{V}_o e \mathbf{V}_i é sempre menor que 45° e se aproxima de 0° em frequências muito baixas.

Resumindo, para o filtro passa-baixa *R*-*C* visto na Figura 21.8:

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$
Para $f < f_c, V_o > 0,707V_i$
ao passo que para $f > f_c, V_o < 0,707V_i$
Em f_c, V_o está atrasada em relação a V_i em 45°.

A resposta do filtro passa-baixa visto na Figura 21.7(a), também pode ser obtida usando o circuito *R*-*L* visto na Figura 21.15 com:

Figura 21.13 Ângulo de adiantamento de V_o em relação a V_i .

Figura 21.14 Ângulo de atraso de V_o em relação a V_i .

Figura 21.15 Filtro R-L passa-baixa.

Entretanto, em geral, o circuito *R*-*C* é mais usado devido às menores dimensões dos capacitores e às não linearidades associadas aos indutores. Deixamos como um estudo independente a análise detalhada do filtro *R*-*L* passa-baixa.

EXEMPLO 21.5

- a) Faça o gráfico da tensão de saída V_o em função da frequência para o filtro *R*-*C* passa-baixa visto na Figura 21.16.
- b) Determine a tensão V_o para f = 100 kHz e 1 MHz e compare os resultados com os obtidos a partir da curva do item (a).

Figura 21.16 Exemplo 21.5.

c) Faça o gráfico do ganho normalizado $A_v = V_o/V_i$. Soluções:

a) Pela Equação 21.16:

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi (1 \text{ k}\Omega)(500 \text{ pF})} = 318,31 \text{ kHz}$$

Para *f_c*, *V_o* = 0,707(20 V) = 14,14 V. Veja a Figura 21.17. b) Pela Equação 21.14:

$$V_o = \frac{V_i}{\sqrt{\left(\frac{R}{X_C}\right)^2 + 1}}$$

 $\operatorname{Para} f = 100 \text{ kHz},$

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi (100 \text{ kHz})(500 \text{ pF})}$$

= 3,18 kΩ

e
$$V_o = \frac{20 \text{ V}}{\sqrt{\left(\frac{1 \text{ k}\Omega}{3,18 \text{ k}\Omega}\right)^2 + 1}} = 19,08 \text{ V}$$

Para f = 1 MHz,

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi (1 \text{ MHz})(500 \text{ pF})} = 0.32 \text{ k}\Omega$$

e
$$V_o = \frac{20 \text{ V}}{\sqrt{\left(\frac{1 \text{ k}\Omega}{0.32 \text{ k}\Omega}\right)^2 + 1}} = 6,1 \text{ V}$$

Os dois valores estão de acordo com a Figura 21.17.

c) Dividindo todos os valores mostrados na Figura 21.17 por $V_i = 20$ V, obtemos o gráfico normalizado visto na Figura 21.18.

21.6 FILTRO R-C PASSA-ALTA

Como já observamos na Seção 21.5, um filtro *R*-C passa-alta pode ser obtido invertendo as posições do capacitor e do resistor, como mostra a Figura 21.19.

Em frequências muito elevadas, a reatância do capacitor é muito pequena, e podemos substituí-lo por um curto-circuito, como mostra a Figura 21.20. Como resultado, temos $V_o = V_i$.

Para f = 0 Hz, a reatância do capacitor é muito grande, podendo ser substituído por um circuito aberto, como mostra a Figura 21.21. Nesse caso, $V_o = 0$ V.

A Figura 21.22 mostra um gráfico da tensão de saída e, na Figura 21.23, aparece uma versão normalizada do mesmo gráfico.

Para qualquer frequência central, a tensão de saída pode ser determinada usando a regra dos divisores de tensão:

Figura 21.17 Resposta em frequência do filtro *R*-*C* passa-baixa visto na Figura 21.16.

Figura 21.18 Gráfico visto na Figura 21.17 normalizado.

Figura 21.19 Filtro passa-alta.

Figura 21.20 Filtro *R*-*C* passa-alta na região de alta frequência.

Figura 21.21 Filtro *R*-*C* passa-alta em f = 0 Hz.

Figura 21.22 *V_o* em função da frequência para um filtro *R*-*C* passa-alta.

Figura 21.23 Gráfico visto na Figura 21.22 normalizado.

$$\mathbf{V}_o = \frac{R \angle 0^\circ \mathbf{V}_i}{R - jX_C}$$

ou

e

$$\frac{\mathbf{V}_o}{\mathbf{V}_i} = \frac{R \angle 0^\circ}{R - jX_C} = \frac{R \angle 0^\circ}{\sqrt{R^2 + X_C^2} \angle -\operatorname{tg}^{-1}(X_C/R)}$$
$$\frac{\mathbf{V}_o}{\mathbf{V}_i} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} \angle \operatorname{tg}^{-1}(X_C/R)$$

Portanto, o módulo da razão $\mathbf{V}_o / \mathbf{V}_i$ é dado por:

$$A_{\nu} = \frac{V_o}{V_i} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{X_C}{R}\right)^2}}$$
(21.18)

e a fase θ é dada por:

$$\theta = \mathrm{tg}^{-1} \frac{X_C}{R} \tag{21.19}$$

Na frequência para a qual $X_C = R$, o módulo se torna:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{X_C}{R}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707$$

como mostra a Figura 21.23. A frequência em que $X_C = R$ é determinada por:

$$X_C = \frac{1}{2\pi f_c C} = R$$

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$
(21.20)

No caso do filtro *R*-*C* passa-alta, a aplicação de qualquer frequência maior que f_c resultará em uma tensão de saída V_o com pelo menos 70,7 por cento da amplitude da tensão de entrada. Para qualquer frequência menor de f_c , a tensão de saída terá amplitude menor que 70,7 por cento da tensão de entrada.

Para a fase, altas frequências resultam em valores pequenos de X_C , e a razão X_C / R se aproxima de zero, com tg⁻¹(X_C/R) se aproximando de 0°, conforme mostra a Figura 21.24. Em baixas frequências, a razão X_C/R é muito grande, e tg⁻¹(X_C/R) se aproxima de 90°. Para o caso em que $X_C = R$, tg⁻¹(X_C/R) = tg⁻¹ 1= 45°. Associando um ângulo de 0° com \mathbf{V}_i de maneira que $\mathbf{V}_i = V_i \angle 0°$, o ângulo de fase associado com \mathbf{V}_o é θ , resultando em $\mathbf{V}_o = V_o \angle 0°$ e mostrando que θ é o ângulo pelo qual \mathbf{V}_o está adiantada em relação a \mathbf{V}_i . Portanto, por toda a faixa de frequência, o filtro R-C passa-alta é denominado *circuito de avanço*.

Figura 21.25 Filtro R-L passa-alta.

Resumindo, para o filtro R-C passa-alta:

 $f_c = \frac{1}{2\pi RC}$ Para $f < f_c$, $V_o < 0.707V_i$ ao passo que para $f > f_c$, $V_o > 0.707V_i$ Em f_c , \mathbf{V}_o está adiantada em relação a \mathbf{V}_i em 45°

A resposta do filtro passa-alta visto na Figura 21.23 também pode ser obtida usando as mesmas componentes vistas na Figura 21.15, porém, em posições diferentes, como mostra a Figura 21.25.

EXEMPLO 21.6

Dado um circuito R-C com R = 20 kW e C = 1200 pF:

- a) Faça dois gráficos normalizados da tensão de saída em função da frequência, um supondo que o circuito será usado como filtro passa-alta, e outro, que o circuito será usado como filtro passa-baixa.
- b) Faça o gráfico de fase dos dois filtros do item (a).
- c) Determine o módulo e a fase de $\mathbf{A}_v = \mathbf{V}_o / \mathbf{V}_i$ do filtro passa-alta para $f = 1/2 f_c$.

Soluções:

a)
$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{(2\pi)(20 \text{ k}\Omega)(1200 \text{ pF})}$$

= **6631,46 Hz**

Os gráficos normalizados aparecem na Figura 21.26. b) Os gráficos de fase aparecem na Figura 21.27.

c)
$$f = \frac{1}{2} f_c = \frac{1}{2} (6631,46 \text{ Hz}) = 3315,73 \text{ Hz}$$

 $X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{(2\pi)(3315,73 \text{ Hz})(1200 \text{ pF})}$
 $\approx 40 \text{ k}\Omega$
 $A_v = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{X_C}{R}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{40 \text{ k}\Omega}{20 \text{ k}\Omega}\right)^2}}$
 $= \frac{1}{\sqrt{1 + (2)^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = 0,4472$

Figura 21.27 Gráficos de fase de um filtro passa-alta e de um filtro passa-baixa que usam as mesmas componentes.

$$\theta = tg^{-1} \frac{X_C}{R} = tg^{-1} \frac{40 \text{ k}\Omega}{20 \text{ k}\Omega} = tg^{-1} 2 = 63,43^{\circ}$$

e $\mathbf{A}_{\upsilon} = \frac{\mathbf{V}_o}{\mathbf{V}_i} = \mathbf{0,447} \angle \mathbf{63,43^{\circ}}$

21.7 FILTROS PASSA-FAIXA

 $f_s =$

O método mais direto para estabelecer a característica passa-faixa vista na Figura 21.7 é usar um circuito ressonante em série ou em paralelo, conforme descrevemos no Capítulo 20. Entretanto, em cada caso, V_o não será igual a V_i na banda de passagem, mas pode-se definir uma faixa de frequência em que V_o será igual ou maior que 0,707 $V_{máx}$.

Para o circuito ressonante em série, mostrado na Figura 21.28, $X_L = X_C$ na ressonância, e:

 $\overline{2\pi\sqrt{LC}}$

 $Q_s = \frac{X_L}{R + R_s}$

$$V_{o_{\text{máx}}} = \frac{R}{R + R_l} V_i \int_{f=f_s} (21.21)$$

e

e

e

$$BW = \frac{f_s}{Q_s} \tag{21.24}$$

Para o circuito ressonante paralelo, visto na Figura 21.29, Z_{Tp} é máxima na ressonância, e:

$$V_{o_{\text{máx}}} = \frac{Z_{T_p} V_i}{Z_{T_p} + R} \bigg|_{f = f_p}$$
(21.25)

$$\operatorname{com} \qquad \qquad \overline{Z_{T_p} = Q_l^2 R_l}_{Q_l \ge 10} \qquad (21.26)$$

$$f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \bigg|_{Q_l \ge 10}$$
(21.27)

Para o circuito ressonante paralelo:

$$Q_p = \frac{X_L}{R_l} \tag{21.28}$$

$$BW = \frac{f_p}{Q_p} \tag{21.29}$$

Como uma primeira aproximação, que é aceitável para a maioria das aplicações práticas, podemos considerar que a frequência ressonante atravessa a largura de banda.

(21.23)

Figura 21.28 Filtro passa-faixa ressonante em série.

Figura 21.29 Filtro passa-faixa com um circuito ressonante em paralelo.

e

com

EXEMPLO 21.7

- a) Determine a resposta em frequência para a tensão V_o no circuito em série visto na Figura 21.30.
- b) Faça um gráfico da resposta em frequência normalizada de $A_v = V_a/V_i$.
- c) Faça um gráfico da resposta em frequência normalizada definida por $A'_{\nu} = A_{\nu}/A_{\nu_{máx}}$.

Soluções:

a)
$$f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(1 \text{ mH})(0.01 \ \mu\text{F})}}$$

= **50.329,21 Hz**
 $Q_s = \frac{X_L}{R+R_l} = \frac{2\pi(50.329,21 \text{ Hz})(1 \text{ mH})}{33 \ \Omega + 2 \ \Omega}$
= **9,04**
 $BW = \frac{f_s}{Q_s} = \frac{50.329,21 \text{ Hz}}{9,04} =$ **5,57 kHz**

Na ressonância:

$$V_{o_{\text{máx}}} = \frac{RV_i}{R + R_l} = \frac{33 \ \Omega(V_i)}{33 \ \Omega + 2 \ \Omega} = 0.943V_l$$
$$= 0.943(20 \text{ mV}) = \mathbf{18.86 mV}$$

Nas frequências de corte:

$$V_o = (0,707)(0,943V_i) = 0,667V_i = 0,667(20 \text{ mV})$$

= 13,34 mV

Veja a Figura 21.31.

Figura 21.30 Filtro passa-faixa com um circuito ressonante em série do Exemplo 21.7.

Figura 21.31 Curva de resposta passa-faixa do circuito.

- b) Dividindo todos os valores de tensão, vistos na Figura 21.31, por $V_i = 20$ mV, obtemos o gráfico normalizado mostrado na Figura 21.32(a).
- c) Dividindo todas as amplitudes da Figura 21.32(a) por $A_{v_{\text{máx}}} = 0,943$, obtemos o gráfico normalizado visto na Figura 21.32(b).

Outra maneira de produzir um filtro passa-faixa é usar um filtro passa-baixa e um filtro passa-alta em cascata, como podemos ver na Figura 21.33.

As componentes são escolhidas de modo que a frequência de corte do filtro passa-alta seja menor que a frequência de corte do filtro passa-baixa, conforme mostra a Figura 21.34. Uma componente do sinal de entrada de frequência f_1 pode passar pelo filtro passabaixa, mas tem pouco efeito sobre V_o , devido à característica de rejeição do filtro passa-alta. Uma componente do sinal com frequência f_2 passa sem problemas pelo filtro passa-alta, mas é muito atenuada pelo filtro passa-baixa. Por outro lado, uma frequência f_0 perto do centro da banda passante atravessa os dois filtros quase sem atenuação.

O circuito analisado no Exemplo 21.8 apresenta uma curva de resposta como a que é vista na Figura 21.34. Entretanto, para um circuito como o que é mostrado na Figura 21.35, existe um efeito de carga entre os estágios para cada frequência que afeta o valor de V_o . Por meio de um projeto adequado, a tensão de saída V_o pode ser muito próxima da tensão de entrada V_i na

Figura 21.32 Gráficos normalizados para o filtro passa-faixa visto na Figura 21.30.

Figura 21.33 Filtro passa-faixa.

Figura 21.34 Características do filtro passa-faixa.

banda de passagem, porém, nunca serão iguais. Além disso, à medida que as frequências críticas de cada filtro se aproximam, aumentando o fator de qualidade da curva de resposta, os valores de pico dentro do filtro passa-faixa continuam a cair. Para os casos em que $V_{o_{máx}} \neq V_{i_{máx}}$, a largura de banda é definida para 0,707 do valor de $V_{o_{máx}}$ resultante.

EXEMPLO 21.8

Para o filtro passa-faixa visto na Figura 21.35:

- a) Determine as frequências críticas dos filtros passabaixa e passa-alta.
- b) Usando apenas os valores das frequências críticas, faça um esboço da curva de resposta.
- c) Calcule o valor de V_o quando a frequência for igual à frequência crítica do filtro passa-alta calculada no item (a), e compare o resultado com o valor que define a frequência superior para o filtro passa-faixa.

Figura 21.35 Filtro passa-faixa.

Soluções:

a) Filtro passa-alta:

$$f_c = \frac{1}{2\pi R_1 C_1} = \frac{1}{2\pi (1 \text{ k}\Omega)(1500 \text{ pF})} = 106,1 \text{ kHz}$$

Filtro passa-baixa:

$$f_c = \frac{1}{2\pi R_2 C_2} = \frac{1}{2\pi (40 \text{ k}\Omega)(4 \text{ pF})} = 994,72 \text{ kHz}$$

b) Na região central da banda de passagem, cerca de 500 kHz, uma análise do circuito revela que V_o ≅ 0,9V_i, como mostra a Figura 21.36. A largura de banda é, portanto, definida para 0,707(0,9V_i) = 0,636V_i, como também é mostrado na Figura 21.36.
c) Para f = 994,72 kHz,

$$X_{C_1} = \frac{1}{2\pi f C_1} \cong 107 \ \Omega$$

e
$$X_{C_2} = \frac{1}{2\pi f C_2} = R_2 = 40 \text{ k}\Omega$$

resultando no circuito que aparece na Figura 21.37. A associação em paralelo de $R_1 || (R_2 - jX_{C_2}) \notin 0,976 \text{ k}\Omega \angle 0^\circ$ porque a impedância da combinação de $R_2 - X_{C_2}$ \notin tão elevada que podemos ignorá-la em presença do resistor R_1 em paralelo. Então

$$\mathbf{V}' = \frac{0.976 \text{ k}\Omega \angle 0^{\circ}(\mathbf{V}_i)}{0.976 \text{ k}\Omega - j \, 0.107 \text{ k}\Omega} \cong 0.994 \mathbf{V}_i \angle 6.26^{\circ}$$

Figura 21.36 Características do filtro passa-faixa visto na Figura 21.35.

Figura 21.37 Circuitos vistos na Figura 21.35 para *f* = 994,72 kHz.

com

$$\mathbf{V}_o = \frac{(40 \text{ k}\Omega \angle -90^\circ)(0.994 \mathbf{V}_i \angle 6.26^\circ)}{40 \text{ k}\Omega - j 40 \text{ k}\Omega}$$
$$\mathbf{V}_o \approx 0.703 \mathbf{V}_i \angle -39^\circ$$

de maneira que

$$V_o \approx 0,703 V_i$$
 para $f = 994,72$ kHz

Como a largura de banda é definida para $0,636V_i$, a frequência de corte superior será maior que 994,72 kHz, como mostra a Figura 21.36.

21.8 FILTROS REJEITA-FAIXA

Como as características de um filtro rejeita-faixa (também chamado filtro de banda de atenuação, filtro de rejeição de banda ou filtro de entalhe) são opostas ao padrão obtido para o filtro passa-faixa, um filtro rejeitafaixa pode ser projetado simplesmente aplicando, a cada circuito, a lei de Kirchhoff para tensões. Ou seja, como a soma das tensões em torno de um loop fechado precisam ser iguais a zero em qualquer instante, se tomarmos a saída do resistor em série em um circuito ressonante em série e a carga resistiva em série em um circuito ressonante em paralelo, obteremos a resposta rejeita-faixa desejada. Isso é demonstrado pelas formas de onda da Figura 21.38.

As equações 21.22 a 21.24 ainda se aplicam ao circuito ressonante em série da Figura 21.39, mas, agora, na ressonância,

$$V_{o_{\min}} = \frac{R_l V_i}{R_l + R} \tag{21.30}$$

As equações 21.26 a 21.29 ainda se aplicam ao circuito ressonante em paralelo da Figura 21.40, mas, agora, na ressonância,

$$V_{o_{\min}} = \frac{RV_i}{R + Z_{T_p}} \tag{21.31}$$

Figura 21.38 Demonstração de como um sinal aplicado de valor fixo pode ser dividido em uma curva de resposta passa-faixa e outra rejeita-faixa.

Figura 21.39 Filtro rejeita-faixa usando um circuito ressonante em série.

Figura 21.40 Filtro rejeita-faixa usando um circuito ressonante em paralelo.

O valor máximo de V_o , no caso do circuito ressonante em série, é igual a V_i em baixas frequências, pois o capacitor se comporta como um circuito aberto, e igual a V_i em altas frequências devido à alta impedância do elemento indutivo.

No caso do circuito ressonante em paralelo, para f = 0 Hz, o indutor se comporta como um curto, o capacitor como um circuito aberto e $V_o = RV_f/(R + R_1)$. Em altas frequências, o capacitor se comporta como um curto, e V_o aumenta, aproximando-se de V_i .

Os filtros rejeita-faixa também podem ser construídos a partir de um filtro passa-baixa e outro passa-alta. Entretanto, em lugar da configuração em cascata usada nos filtros passa-faixa, é necessário usar uma configuração em paralelo, como mostra a Figura 21.41. Uma frequência baixa f_1 pode passar pelo filtro passa-baixa praticamente sem ser atenuada, enquanto uma frequência mais alta f_2 pode usar o caminho paralelo, como se vê nas figuras 21.41 e 21.42. Entretanto, uma frequência como f_o , que está acima da frequência de corte do filtro passa-baixa e abaixo da frequência de corte do filtro passa-alta é, portanto, impedida de contribuir para os níveis de V_o acima de 0,707 V_{máx}.

Figura 21.41 Filtro rejeita-faixa.

Figura 21.42 Características do filtro rejeita-faixa.

21.9 FILTROS DE BANDA DUPLA

Alguns circuitos apresentam características de banda de passagem e de banda de atenuação como os que vemos na Figura 21.43. Esses circuitos são denominados filtros de banda dupla. No caso do circuito visto na Figura 21.43(a), o circuito ressonante em paralelo estabelece uma banda de atenuação para a faixa de frequências que não permite estabelecer uma tensão V_I significativa. A maior parte da tensão aplicada aparece sobre o circuito ressonante em paralelo para essa faixa de frequências devido à sua impedância ser muito maior em comparação a R_L . No caso da banda de passagem, o circuito ressonante em paralelo é projetado para ser capacitivo (ou indutivo, se L_s for substituído por C_s). A indutância L_s é escolhida de modo a cancelar os efeitos da reatância capacitiva resultante nas frequências da banda de passagem do circuito-tanque, agindo assim como um circuito ressonante em série. A tensão aplicada aparece então em R_L para essa frequência.

No caso do circuito visto na Figura 21.43(b), o circuito ressonante em série ainda determina a banda de passagem, atuando como uma impedância muito baixa em paralelo com o indutor na ressonância. Na frequência ressonante da banda de atenuação desejada, o circuito ressonante em série é capacitivo. A indutância L_p é escolhida

Figura 21.43 Circuitos de filtros de banda dupla.

de maneira a estabelecer uma ressonância em paralelo na frequência ressonante da banda de atenuação. A alta impedância do circuito ressonante em paralelo resulta em uma tensão V_L muito baixa.

Para as frequências atenuadas abaixo da banda de passagem, os circuitos seriam como os mostrados na Figura 21.43. Para uma situação inversa, L_s , na Figura 21.43(a), e L_p , na Figura 21.43(b), devem ser substituídos por capacitores.

EXEMPLO 21.9

Para o circuito visto na Figura 21.43(b), determine L_s e L_p para uma capacitância *C* de 510 pF, para que a frequência de 200 kHz seja atenuada e a frequência de 600 kHz seja aceita.

Solução:

No caso da ressonância em série, temos:

$$f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

e
$$L_s = \frac{1}{4\pi^2 f_s^2 C} = \frac{1}{4\pi^2 (600 \text{ kHz})^2 (510 \text{ pF})}$$

= **137.9 µH** (use 140,7 µH)

Em 200 kHz,

$$X_{L_s} = \omega L = 2\pi f_s L_s = (2\pi)(200 \text{ kHz})(140.7 \ \mu\text{H})$$

= 176.8 \Omega

e
$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(2\pi)(200 \text{ kHz})(510 \text{ pF})}$$

= 1560,3 Ω

Para os componentes em série,

$$j(X_{Ls} - X_C) = j (176,8 \ \Omega - 1560,3 \ \Omega)$$

= -j 1383,5 \ \Omega = -j X'_C

Na ressonância em paralelo (supondo $Q_l \ge 10$),

$$X_{L_m} = X'_C$$

e

$$L_p = \frac{X_{L_p}}{\omega} = \frac{1383.5 \ \Omega}{(2\pi)(200 \text{ kHz})}$$

= **1.10 mH** (use 1.2 mH)

A resposta em frequência do circuito da Figura 21.43(b) aparece como um dos exemplos de aplicação do PSpice na última seção deste capítulo.

21.10 GRÁFICOS DE BODE

Existe uma técnica de representação gráfica da resposta em frequência de filtros, amplificadores e sistemas em uma escala de decibéis que pode representar economia considerável de tempo e esforço e permite uma comparação direta da resposta de um circuito a diferentes frequências.

As curvas obtidas para o módulo e/ou ângulo de fase em função da frequência são denominadas gráficos de Bode (veja a Figura 21.44). Por meio do uso de segmentos de reta denominados gráficos de Bode idealizados, é possível determinar a resposta em frequência de um sistema com precisão e eficiência.

Para garantir que o método seja bem compreendido, o primeiro circuito a ser analisado com o auxílio de gráficos de Bode será examinado com detalhes. O segundo circuito será tratado de maneira resumida e, por fim, apresentaremos um método para determinar rapidamente a resposta.

Filtro R-C passa-alta

Começaremos reexaminando o filtro passa-alta visto na Figura 21.45. Escolhemos esse filtro como ponto de partida porque as frequências que nos interessam nesse caso estão na extremidade inferior do espectro.

Figura 21.44 Hendrik Wade Bode. (The National Academies Press, EUA)

Norte-americano (Madison, WI; Summit, NJ; Cambridge, MA) (1905-1981) Professor visitante nos Laboratórios Bell. Professor de Engenharia de Sistemas, Universidade de Harvard

No início da sua carreira nos Laboratórios Bell, Hendrik Bode trabalhou no projeto de *filtros elétricos* e *equalizadores*. Posteriormente, transferiu-se para o Grupo de Pesquisas Matemáticas, no qual se especializou em pesquisas de teoria de circuitos e suas aplicações em sistemas de comunicação a longa distância. Por seu trabalho em sistemas eletrônicos de controle de incêndios, recebeu, em 1948, o Certificado Presidencial de Mérito. Além da publicação do livro *Network Analysis and Feedback Amplifier Design*, em 1945, considerado um clássico do gênero, obteve 25 patentes em engenharia elétrica e projeto de sistemas. Após se aposentar, Bode foi nomeado por Gordon Mckay professor de engenharia de sistemas da Universidade de Harvard. Foi também membro do IEEE e da Academia Americana de Artes e Ciências.

Figura 21.45 Filtro passa-alta.

O ganho de tensão do sistema é dado por:

$$\mathbf{A}_{v} = \frac{\mathbf{V}_{o}}{\mathbf{V}_{i}} = \frac{R}{R - jX_{C}} = \frac{1}{1 - j\frac{X_{C}}{R}} = \frac{1}{1 - j\frac{1}{2\pi fCR}}$$
$$= \frac{1}{1 - j\left(\frac{1}{2\pi RC}\right)\frac{1}{f}}$$

Fazendo a substituição:

$$=\frac{1}{2\pi RC}$$
 (21.32)

e

e

mas

que reconhecemos como a frequência de corte vista em seções anteriores, obtemos:

 f_c

$$\mathbf{A}_{v} = \frac{1}{1 - j(f_c/f)}$$
(21.33)

Veremos na análise a seguir que a possibilidade de expressar o ganho por uma equação com as mesmas características gerais da Equação 21.33 constitui parte essencial da técnica de Bode. Para diferentes configurações, teremos formatos diferentes para a Equação 21.33, mas as semelhanças desejadas se tornarão óbvias à medida que avançarmos nesse assunto.

Em termos de módulo e fase,

$$\mathbf{A}_{v} = \frac{\mathbf{V}_{o}}{\mathbf{V}_{i}} = A_{v} \angle \theta$$
$$= \frac{1}{\sqrt{1 + (f_{c}/f)^{2}}} \angle \mathrm{tg}^{-1}(f_{c}/f)$$
(21.34)

o que nos dá uma equação para o módulo e para a fase do ganho do filtro passa-alta em função da frequência.

Usando a Equação 21.12:

$$A_{v_{\rm dB}} = 20 \log_{10} A_{\rm r}$$

e substituindo o módulo do ganho A_{ν} dado pela Equação 21.34, temos:

$$Av_{dB} = 20 \log_{10} \frac{1}{\sqrt{1 + (f_c/f)^2}}$$
$$= \underbrace{20 \log_{10} 1}_{0} - 20 \log_{10} \sqrt{1 + (f_c/f)^2}$$
$$A_{v_{dB}} = -20 \log_{10} \sqrt{1 + \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}$$

Lembrando que $\log_{10} \sqrt{x} = \log_{10} x^{1/2} = \frac{1}{2} \log_{10} x$, temos:

$$A_{\nu_{dB}} = -\frac{1}{2} (20) \log_{10} \left[1 + \left(\frac{f_c}{f}\right)^2 \right]$$

= -10 \log_{10} \left[1 + \left(\frac{f_c}{f}\right)^2 \right]

Para frequências em que $f \ll f_c$ ou $(f_c/f)^2 \gg 1$,

$$1 + \left(\frac{f_c}{f}\right)^2 \cong \left(\frac{f_c}{f}\right)^2$$
$$A_{v_{\rm dB}} = -10 \log_{10} \left(\frac{f_c}{f}\right)^2$$

 $\log_{10} x^2 = 2 \log_{10} x$

resultando em $A_{v_{dB}} = -20 \log_{10} \frac{f_c}{f}$

Entretanto, de acordo com as propriedades dos logaritmos,

$$-\log_{10}b = +\log_{10}\frac{1}{b}$$

e substituindo $b = f_c / f$, temos:

$$A_{v_{\rm dB}} = +20 \log_{10} \frac{f}{f_c} \bigg|_{f << f_c}$$
(21.35)

Primeiro, observe a semelhança entre a Equação 21.35 e a equação básica do ganho em decibéis: $G_{dB} =$ 20 log₁₀ V_o/V_i . Os comentários relativos às variações dos níveis em decibéis devido às variações em V_o/V_i também valem para o caso que estamos analisando, mas agora uma variação de 2:1 na frequência representa uma variação de 6 dB no ganho. Uma variação de frequência de 10:1 significa uma variação de 20 dB no ganho.

Quando a razão entre duas frequências é de 2:1, dizemos que estão separadas por uma oitava.

Nos gráficos de Bode, uma variação de frequência de uma oitava resulta em uma variação de 6 dB no ganho.

Quando a razão entre duas frequências é de 10:1, dizemos que estão separados por uma década.

Nos gráficos de Bode, uma variação de frequência de uma década resulta em uma variação de 20 dB no ganho. Você deve estar se perguntando por que todo esse desenvolvimento matemático para obter uma equação que, à primeira vista, parece confusa e de aplicação limitada. Conforme especificada, a Equação 21.35 é valida apenas para frequências muito menores que f_c .

Primeiro, saiba que o desenvolvimento matemático usado para chegar à Equação 21.35 não terá de ser repetido cada vez que for necessário analisar um circuito. Segundo, a equação é raramente usada na prática, mas é utilizada como uma maneira de definir uma linha reta em um gráfico logarítmico que permita esboçar a resposta em frequência de um sistema com bastante precisão e menor esforço possível.

Para plotar a Equação 21.35, considere as seguintes frequências, em ordem crescente:

Para $f = f_c/10$, $f/f_c = 0,1$ e +20 log₁₀ 0,1 = -20 dB Para $f = f_c/4$, $f/f_c = 0,25$ e +20 log₁₀ 0,25 = -12 dB Para $f = f_c/2$, $f/f_c = 0,51$ e +20 log₁₀ 0,5 = -6 dB Para $f = f_c$, $f/f_c = 1$ e +20 log₁₀ 1 = 0 dB

Observe, a partir das equações acima, que, à medida que a frequência de interesse se aproxima de f_c , o ganho em dB se torna menos negativo, aproximando-se do valor final normalizado de 0 dB. O sinal positivo que precede a Equação 21.35 pode ser interpretado como uma indicação de que o ganho em dB tem uma inclinação positiva com o aumento na frequência. Um gráfico desses pontos em uma escala logarítmica resulta em um segmento de reta visto na Figura 21.46 à esquerda de f_c .

Para o futuro, observe que o gráfico resultante é uma linha reta que intercepta o eixo de 0 dB em f_c . Ele aumenta à direita a uma taxa de +6 dB por oitava ou +20 dB por década. Em outras palavras, quando f_c for determinado, encontre $f_c/2$, e existirá um ponto no gráfico em -6 dB (ou encontre $f_c/10$ e existirá um ponto em -20 dB).

Os gráficos de Bode são segmentos de retas porque a variação do ganho com a frequência em dB por década ou dB por oitava é constante.

A resposta em frequência real aproxima-se da assíntota (segmento de reta) definida por $A_{v_{dB}} = 0$ dB, já que, em altas frequências,

 $f \gg f_c$ e $f_c/f \cong 0$

com

$$A_{\nu_{dB}} = 20 \log_{10} \frac{1}{\sqrt{1 + (f_c/f)^2}}$$
$$= 20 \log_{10} \frac{1}{\sqrt{1 + 0}}$$
$$= 20 \log_{10} 1 = 0 \text{ dB}$$

As duas assíntotas definidas acima se interceptam em f_c , como mostra a Figura 21.46, formando uma envoltória para a curva de resposta em frequência real.

Para $f = f_c$, a frequência de corte,

$$A_{v_{dB}} = 20 \log_{10} \frac{1}{\sqrt{1 + (f_c/f)^2}}$$

= 20 \log_{10} \frac{1}{\sqrt{1} + 1} = 20 \log_{10} \frac{1}{\sqrt{2}}
= -3 \, dB

Para $f = 2f_c$:

$$A_{\nu_{dB}} = -20 \log_{10} \sqrt{1 + \left(\frac{f_c}{2f_c}\right)^2}$$
$$= -20 \log_{10} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2}$$
$$= -20 \log_{10} \sqrt{1.25} = -1 \text{ dB}$$

conforme mostra a Figura 21.46.

Figura 21.46 Gráfico de Bode idealizado para a região de baixas frequências.

Para
$$f = f_c / 2$$
:
 $A_{\nu_{dB}} = -20 \log_{10} \sqrt{1 + \left(\frac{f_c}{f_c / 2}\right)^2}$
 $= -20 \log_{10} \sqrt{1 + (2)^2}$
 $= -20 \log_{10} \sqrt{5}$
 $= -7 \text{ dB}$

mostrando a diferença do gráfico de Bode em relação à curva real, que é de 7 dB - 6 dB = 1 dB, como mostra a Figura 21.46.

Resumindo,

 $com f = f_c$, a curva real está 3 dB abaixo do gráfico de Bode idealizado, enquanto $com f = 2f_c$, a curva real está 1 dB abaixo da resposta assintótica.

A curva de fase também pode ser esboçada aproximando o comportamento do circuito por segmentos de retas considerando alguns pontos críticos do espectro de frequência.

De acordo com a Equação 21.34, a fase da resposta (ângulo de avanço de V_o em relação a V_i) é dada por:

$$\theta = \mathrm{tg}^{-1} \frac{f_c}{f} \tag{21.36}$$

Para frequências muito menores que f_c ($f \ll f_c$), $\theta = tg^{-1}(f_c/f)$ aproxima-se de 90°, enquanto para frequências muito maiores que f_c ($f \gg f_c$), $\theta = tg^{-1}(f_c/f)$ aproxima-se de 0°, como já observamos em seções anteriores deste capítulo. Para $f = f_c$, $\theta = tg^{-1}(f_c/f) = tg^{-1} = 45^\circ$.

Definindo que $f \ll f_c$ para $f = f_c/10$ (e menos) e $f \gg f_c$ para $f = 10f_c$ (e mais), podemos definir

uma assíntota em $\theta = 90^{\circ} para f << f_c/10$, uma assíntota em $\theta = 0^{\circ} para f >> 10f_c$ e uma assíntota de $f_c/10$ a 10 f_c passando por $\theta = 45^{\circ} e f = f_c$. As três assíntotas definidas anteriormente aparecem na Figura 21.47. O gráfico de Bode associado à Equação 21.36 é novamente uma reta, já que a variação do ângulo de fase é de 45° por década de mudança na frequência. Substituindo $f = f_c/10$ na Equação 21.36, temos:

$$\theta = \mathrm{tg}^{-1} \left(\frac{f_c}{f_c/10} \right) = \mathrm{tg}^{-1} 10 = \mathbf{84,29}^{\mathrm{c}}$$

para uma diferença de $90^{\circ} - 84,29^{\circ} \cong 5,7^{\circ}$ da resposta idealizada.

Substituindo $f = 10f_c$, temos

$$\theta = tg^{-1} \left(\frac{f_c}{10f_c} \right) = tg^{-1} \frac{1}{10} \cong 5.7^{\circ}$$

Portanto, resumindo,

para $f = f_c$, $\theta = 45^\circ$, enquanto para $f = f_c/10 \ e \ 10f_c$, a diferença entre o ângulo de fase real e o gráfico assintótico é de 5,7°.

EXEMPLO 21.10

- a) Faça o gráfico de A_{vdB} em função da frequência para o filtro *R-C* passa-alta visto na Figura 21.48.
- b) Determine o valor do ganho em f = 1 kHz.
- c) Faça o gráfico da fase do ganho em função de frequência usando uma escala logarítmica.

Soluções:

a)
$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{(2\pi)(1 \text{ k}\Omega)(0.1\mu\text{F})} = 1591,55 \text{ Hz}$$

A frequência f_c é identificada na escala logarítmica, como mostra a Figura 21.49. Uma linha reta é traçada a partir de f_c com uma inclinação que intercepta -20 dB em $f_c/10 = 159,15$ Hz ou -6 dB em $f_c/2 =$ 759,77 Hz. Uma segunda assíntota é traçada a partir de f_c para o lado das frequências altas em 0 dB. A

Figura 21.47 Resposta de fase de um filtro *R*-*C* passa-alta.

Figura 21.48 Exemplo 21.10.

curva real pode então ser desenhada passando por -3 dB em f_c e se aproximando das assíntotas vistas na Figura 21.49. Note a diferença de 1 dB entre a curva real e o gráfico de Bode para $f = 2f_c e 0.5f_c$. Note que, na solução do item (a), não foi preciso recorrer à Equação 21.35 ou a complicadas manipulações matemáticas.

b) Pela Equação 21.33:

$$|A_{\nu_{dB}}| = 20 \log_{10} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}$$

= 20 \log_{10} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1591,55 \, \text{Hz}}{1000}\right)^2}}
= 20 \log_{10} \frac{1}{\sqrt{1 + (1,592)^2}}
= 20 \log_{10} 0,5318 = -5,49 \, \text{dB}

como se pode ver na Figura 21.49.

c) Veja a Figura 21.50. Observe que $\theta = 45^{\circ}$ para $f = f_c$ = 1.591,55 Hz e que a diferença entre a fase aproximada e a fase real é de 5,7° em $f = f_c/10 = 159,2$ Hz e em $f = 10 f_c = 15.923,6$ Hz.

Figura 21.49 Resposta em frequência do filtro passa-alta visto na Figura 21.48.

Filtro R-C passa-baixa

No caso do filtro passa-baixa visto na Figura 21.51,

$$\mathbf{A}_{v} = \frac{\mathbf{V}_{o}}{\mathbf{V}_{i}} = \frac{-jX_{C}}{R - jX_{C}} = \frac{1}{\frac{R}{-jX_{C}}} + 1$$
$$= \frac{1}{1 + j\frac{R}{X_{C}}} = \frac{1}{1 + j\frac{R}{\frac{1}{2\pi fC}}} = \frac{1}{1 + j\frac{f}{\frac{1}{2\pi RC}}}$$

$$\mathbf{A}_{v} = \frac{1}{1 + j(f/f_{c})}$$
(21.37)

com

e

conforme definido anteriormente.

Observe que agora o sinal da parte imaginária do denominador é positivo, e que f_c aparece no denominador da razão entre as frequências, e não no numerador, como no caso de f_c para o filtro passa-alta.

 $2\pi RC$

Em termos de módulo e fase,

$$\mathbf{A}_{v} = \frac{\mathbf{V}_{o}}{\mathbf{V}_{i}} = \mathbf{A}_{v} \angle \theta$$
$$= \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_{c})^{2}}} \angle -\mathrm{tg}^{-1}(f/f_{c})$$
(21.39)

Uma análise semelhante à efetuada para o filtro passa-alta resulta em

$$A_{v_{\rm dB}} = -20 \log_{10} \frac{f}{f_c} \Big|_{f >> f_c}$$
(21.40)

Figura 21.51 Filtro passa-baixa.

Observe particularmente que essa equação é estritamente válida apenas para frequências muito maiores que f_c , mas um gráfico dessa equação desempenha a mesma função que a assíntota deduzida para o filtro passa-alta. Além disso, note que essa equação é igual à Equação 21.35, exceto pelo sinal negativo, o que sugere que o gráfico de Bode resultante tem uma inclinação negativa (lembre-se de que a Equação 21.35 proporciona uma inclinação positiva) para as frequências crescentes acima de f_c .

A Figura 21.52 mostra um gráfico da Equação 21.40 para $f_c = 1$ kHz. Observe que o ganho é 6 dB em $f = 2f_c$ e 20 dB em $f = 10 f_c$.

Para $f >> f_c$, o ângulo de fase $\theta = -tg^{-1}(f/f_c)$ aproxima-se de 90°, enquanto para $f << f_c$, $\theta = -tg^{-1}(f/f_c)$ aproxima-se de 0°. Para $f = f_c$, $\theta = -tg^{-1} = -45^\circ$, estabelecendo o gráfico resultante que aparece na Figura 21.53. Observe novamente a variação de 45° por década no ângulo de fase.

Embora a análise precedente tenha se limitado somente à combinação R-C, os resultados podem ser aplicados a circuitos muito mais complexos. Um bom exemplo são as respostas de alta e baixa frequência de um circuito transistorizado típico. Os circuitos transistorizados contêm elementos capacitivos que afetam a resposta de baixa frequência e outros que afetam a resposta de alta frequência. Sem a presença dos elementos capacitivos, a resposta dos circuitos transistorizados seria plana para uma larga faixa de frequências. Entretanto, os

(21.38)

Figura 21.52 Gráfico de Bode de um filtro *R*-*C* passa-baixa na região de altas frequências.

Figura 21.53 Curva de fase do filtro *R*-*C* passa-baixa.

capacitores de acoplamento em baixas frequências e os de desvio e capacitâncias parasitas em altas frequências limitam consideravelmente a banda passante da maioria dos circuitos transistorizados. Na região de baixas frequências, capacitores e resistores específicos formam uma combinação R-C que define a frequência de corte inferior. Outros elementos e capacitores formam uma segunda combinação R-C que define a frequência de corte superior. Uma vez conhecidas as frequências de corte, os pontos de -3 dB são definidos, e a largura de banda do sistema pode ser determinada.

21.11 TRAÇADO DO GRÁFICO DE BODE

Como vimos na seção anterior, funções normalizadas com as formas que aparecem à esquerda na Figura 21.54 têm as curvas de resposta e as assíntotas (curva de Bode) mostradas do lado direito da mesma figura. Nessa seção, introduziremos novas funções e suas respostas, que poderão ser usadas, juntamente com aquelas da Figura 21.54, para determinar a curva de resposta em dB de sistemas mais complexos de maneira sistemática, rápida e precisa.

Como um caminho para a introdução de uma função adicional que aparece com bastante frequência, examinemos o filtro passa-alta, visto na Figura 21.55, cuja tensão de saída em altas frequências é menor que a tensão total aplicada.

Antes de escrever uma expressão matemática para $\mathbf{A}_{v} = \mathbf{V}_{o}/\mathbf{V}_{i}$, façamos um esboço da resposta esperada.

Em f = 0 Hz, o capacitor se comporta como um circuito aberto, e $V_o = 0$ V. Em frequências muito altas, o capacitor se comporta como um curto-circuito, e

$$V_o = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_i = \frac{4 \,\mathrm{k}\Omega}{1 \,\mathrm{k}\Omega + 4 \,\mathrm{k}\Omega} V_i = 0.8 \,V_i$$

A resistência equivalente a ser usada na equação da frequência de corte é a resistência de Thévenin do ponto de vista do capacitor. Fazendo $V_i = 0$ V e explicitando R_{Th} (para o capacitor *C*), temos o circuito, visto na Figura 21.56, no qual se pode ver que:

$$R_{\rm Th} = R_1 + R_2 = 1 \ \mathrm{k}\Omega + 4 \ \mathrm{k}\Omega = 5 \ \mathrm{k}\Omega$$

Figura 21.54 Resposta em dB (a) de um filtro passa-baixa; (b) de um filtro passa-alta.

Figura 21.55 Filtro passa-alta com saída atenuada.

Figura 21.56 Determinação de R_{Th} para a equação da frequência de corte.

Portanto,

$$f_c = \frac{1}{2\pi R_{Th}C} = \frac{1}{2\pi (5 \text{ k}\Omega)(1 \text{ nF})} = 31,83 \text{ kHz}$$

A Figura 21.57(a) mostra um gráfico de V_o em função da frequência. Um gráfico de V_o normalizado em relação a V_i aparece na Figura 21.57(b). Se o gráfico for normalizado em relação ao ganho máximo, teremos a curva da figura 21.57(c). Em todos os gráficos obtidos na seção anterior, o valor máximo de V_o/V_i era 1. Em muitas situações, esse não é o caso; assim, temos de saber qual o fator de normalização que está sendo usado em cada gráfico. As curvas para os gráficos das Figuras 21.57(b) e 21.57(c) podem ser obtidas facilmente a partir dos fundamentos estabelecidos pelas conclusões ilustradas na Figura 21.54, mas devemos compreender claramente a diferença entre elas. Na Figura 21.57(b), estamos comparando a tensão de saída com a de entrada. Na Figura 21.57(c), plotamos A_v em função do valor máximo de A_v . Na maioria das folhas de especificações e para a maioria das técnicas de análise usadas na prática, utiliza-se o gráfico normalizado visto na Figura 21.57(c), pois ele estabelece 0 dB como a assíntota para o gráfico de dB. Para term certeza de que a diferença entre os gráficos das Figuras 21.57(b) e 21.57(c) ficou bem compreendida, a análise do filtro da Figura 21.55 inclui o gráfico de dB resultante para as duas curvas normalizadas.

Para o circuito da Figura 21.55,

$$\mathbf{V}_{o} = \frac{R_{2}\mathbf{V}_{i}}{R_{1} + R_{2} - jX_{C}} = R_{2} \bigg[\frac{1}{R_{1} + R_{2} - jX_{C}} \bigg] \mathbf{V}_{i}$$

A divisão dos dois fatores por $R_1 + R_2$ resulta em:

$$\mathbf{V}_{o} = \frac{R_{2}}{R_{1} + R_{2}} \left[\frac{1}{1 - j \frac{X_{C}}{R_{1} + R_{2}}} \right]$$

$$\max -j \frac{X_C}{R_1 + R_2} = -j \frac{1}{\omega(R_1 + R_2)C} = -j \frac{1}{2\pi f(R_1 + R_2)C} = -j \frac{f_C}{f} \operatorname{com} f_C = \frac{1}{2\pi R_{Th}C} = R_{Th} = R_1 + R_2 de \text{ maneira que:} \quad \mathbf{V}_o = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \left[\frac{1}{1 - j(f_C/f)} \right] \mathbf{V}_o$$

Dividindo ambos os membros por V_i , obtemos

$$\mathbf{A}_{v} = \frac{\mathbf{V}_{o}}{\mathbf{V}_{i}} = \frac{R_{2}}{R_{1} + R_{2}} \left[\frac{1}{1 - j(f_{c}/f)} \right]$$
(21.41)

da qual podemos obter o gráfico da Figura 21.57(b). Dividindo ambos os membros por $A_{\nu_{máx}} = R_2/(R_1 + R_2)$, obtemos:

Figura 21.57 Determinação da curva de ganho normalizada para o filtro passa-alta com saída atenuada para o circuito visto na Figura 21.55.

$$\mathbf{A}'_{v} = \frac{\mathbf{A}_{v}}{\mathbf{A}_{v_{\text{max}}}} = \frac{1}{1 - j(f_{c}/f)}$$
 (21.42)

da qual podemos obter o gráfico da Figura 21.57(c).

Levando em conta o que foi visto na seção anterior, não é difícil construir um gráfico da magnitude de A'_{v} = $A_{\nu}/A_{\nu_{máx}}$ usando a Figura 21.54(b). Esse gráfico aparece na Figura 21.58.

Para o ganho $A_v = V_o / V_i$, podemos aplicar a Equação 21.5:

$$20 \log_{10} ab = 20 \log_{10} a + 20 \log_{10} b$$

onde

$$20 \log_{10} \left\{ \frac{R_2}{R_1 + R_2} \left[\frac{1}{1 - j(f_c/f)} \right] \right\}$$
$$= 20 \log_{10} \frac{R_2}{R_1 + R_2} + 20 \log_{10} \frac{1}{\sqrt{1 + (f_c/f)^2}}$$

O segundo termo resulta em um gráfico igual ao que é visto na Figura 21.58, mas o primeiro termo tem de ser acrescentado ao segundo para se obter a resposta total em dB.

Como $R_2/(R_1 + R_2)$ deve ser sempre menor que 1, podemos escrever o primeiro termo na forma:

$$20 \log_{10} \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 20 \log_{10} \frac{1}{\frac{R_1 + R_2}{R_2}}$$
$$= \underbrace{20 \log_{10} 1}_{0} - 20 \log_{10} \frac{R_1 + R_2}{R_2}$$
$$20 \log_{10} \frac{R_2}{R_2} = -20 \log_{10} \frac{R_1 + R_2}{R_2} \qquad (21.43)$$

 $20\log_{10}\frac{R_2}{R_1 + R_2} = -20\log_{10}$ R_2 fornecendo o valor da queda em dB a partir de 0 dB para o gráfico. Somando os dois gráficos logarítmicos para cada valor da frequência, como permitido pela Equação 21.5,

obtemos o gráfico visto na Figura 21.59. O ganho $A_v = V_o/V_i$ do circuito da Figura 21.55 também pode ser determinado da seguinte maneira:

e

Figura 21.58 Gráfico de Bode de A', para o filtro passa-alta visto na Figura 21.55.

$$\mathbf{V}_{o} = \frac{K_{2}\mathbf{v}_{i}}{R_{1} + R_{2} - jX_{C}}$$

$$\mathbf{A}_{v} = \frac{\mathbf{V}_{o}}{\mathbf{V}_{i}} = \frac{R_{2}}{R_{1} + R_{2} - jX_{C}} = \frac{jR_{2}}{j(R_{1} + R_{2}) + X_{C}}$$

$$= \frac{jR_{2}/X_{C}}{j(R_{1} + R_{2})/X_{C} + 1} = \frac{j\omega R_{2}C}{1 + j\omega(R_{1} + R_{2})C}$$

$$= \frac{j2\pi fR_{2}C}{1 + j2\pi f(R_{1} + R_{2})C}$$
e
$$\mathbf{A}_{v} = \frac{\mathbf{V}_{o}}{\mathbf{V}_{i}} = \frac{j(f/f_{1})}{1 + j(f/f_{c})}$$
(21.44)

com $f_1 = \frac{1}{2\pi R_2 C}$ e $f_c = \frac{1}{2\pi (R_1 + R_2)C}$

O denominador da Equação 21.44 corresponde à resposta de um filtro passa-baixa visto na Figura 21.54(a). Entretanto, o numerador é uma nova função que define uma assíntota de Bode exclusiva, que pode ser muito útil a circuitos de diferentes configurações.

Aplicando a Equação 21.5, temos,

$$20 \log_{10} \frac{V_o}{V_i} = 20 \log_{10} \left[\frac{f}{f_1} \right] \left[\frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_c)^2}} \right]$$
$$= 20 \log_{10} (f/f_1) + 20 \log_{10} \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_c)^2}}$$

Consideremos agora valores específicos da frequência para o primeiro termo. Para $f = f_1$:

$$20\log_{10}\frac{f}{f_1} = 20\log_{10}1 = 0 \,\mathrm{dB}$$

Para $f = 2f_1$:

$$20 \log_{10} \frac{f}{f_1} = 20 \log_{10} 2 = +6 \, \mathrm{dB}$$

Para $f = \frac{1}{2}f_1$:

$$20\log_{10}\frac{f}{f_1} = 20\log_{10}0.5 = -6\,\mathrm{dB}$$

Na Figura 21.60, vemos o gráfico de 20 $\log_{10} (f/f_1)$. Observe que a assíntota corta o eixo horizontal (0 dB) em $f = f_1$ e tem uma inclinação de +6 dB/oitava (ou 20 dB/ década) para frequências acima e abaixo de f_1 para valores crescentes de f.

Examinando a função original A_{ν} , vemos que o ângulo de fase associado a $j f / f_1 = f / f_1 \angle 90^\circ$ é fixo em 90° e, portanto, o ângulo de fase associado a \mathbf{A}_{ν} é 90° – tg⁻¹ $(f / f_c) = + \text{tg}^{-1}(f_c / f)$.

Figura 21.60 Gráfico de Bode de f/f_1 .

Agora que temos um gráfico da resposta em dB para a magnitude da função f/f_1 , podemos traçar o gráfico de \mathbf{A}_v em função da frequência usando o método ilustrado na Figura 21.61.

Explicitando $f_1 e f_c$, temos:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi R_2 C} = \frac{1}{2\pi (4 \text{ k}\Omega)(1 \text{ nF})} = 39,79 \text{ kHz}$$

com $f_c = \frac{1}{2\pi (R_1 + R_2)C} = \frac{1}{2\pi (5 \text{ k}\Omega)(1 \text{ nF})}$
= 31,83 kHz

Para esse desenvolvimento, as assíntotas em linha reta associadas aos dois termos resultantes da aplicação da Equação 21.5 são desenhadas no mesmo gráfico para permitir uma análise da influência de uma sobre a outra. Para maior clareza, o gráfico visto na Figura 21.61 foi dividido em duas regiões.

Na região 1, temos uma assíntota de 0 dB e uma de 6 dB/oitava para frequências que aumentam. A soma das duas, que é definida pela Equação 21.5, é a assíntota de 6 dB/oitava mostrada na figura.

Na região 2, uma assíntota está aumentando em 6 dB, e outra está diminuindo em –6 dB/oitava para frequências que aumentam. O efeito disso é que uma cancela a outra para a região maior que $f = f_c$, deixando uma assíntota horizontal começando em $f=f_c$. Um esboço cuidadoso das assíntotas numa escala logarítmica revela que a horizontal está em –1,94 dB, como já foi visto anteriormente. Esse valor também pode ser calculado fazendo $f=f_c$ no gráfico de Bode definido por f/f_1 , ou seja:

$$20 \log \frac{f}{f_1} = 20 \log_{10} \frac{f_c}{f_1} = 20 \log_{10} \frac{31,83 \text{ kHz}}{39,79 \text{ kHz}}$$
$$= 20 \log_{10} 0,799 = -1,94 \text{ dB}$$

A curva real pode então ser traçada por meio das assintotas e das diferenças conhecidas em $f = f_c$ (-3 dB) e em $f = 0.5 f_c$ e $2 f_c$ (-1 dB).

Figura 21.61 Gráfico de $A_v|_{dB}$ para o circuito visto na Figura 21.55.

Resumindo, é possível obter a mesma curva de $\mathbf{A}_{v} = \mathbf{V}_{o}/\mathbf{V}_{i}$ em função da frequência isolando o valor máximo ou definindo o ganho de outra maneira. A segunda abordagem nos levou a acrescentar à coleção de gráficos de Bode uma nova função que se revelará muito útil no futuro.

21.12 FILTRO PASSA-BAIXA COM ATENUAÇÃO LIMITADA

Continuemos nossas análises estudando o filtro passa-baixa, visto na Figura 21.62, cuja atenuação em altas frequências é limitada. Ou seja, a tensão de saída não tenderá a zero quando a frequência tender a infinito. O filtro é semelhante ao da Figura 21.55, mas agora V_o inclui um elemento capacitivo.

Para f = 0 Hz, o capacitor comporta-se como um circuito aberto e $\mathbf{V}_o = \mathbf{V}_i$. Em altas frequências, comporta-se como um curto-circuito, e

$$\mathbf{V}_o = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \mathbf{V}_i$$

A Figura 21.63(a) mostra o gráfico de V_o em função da frequência. O gráfico de $A_v = V_o/V_i$ aparece na Figura 21.63(b).

Para determinar a relação entre V_o e V_i , aplicamos a regra dos divisores de tensão:

$$\mathbf{V}_o = \frac{(R_2 - jX_C)\mathbf{V}_i}{R_1 + R_2 - jX_C}$$

Figura 21.62 Filtro passa-baixa com atenuação limitada.

e
$$\mathbf{A}_{v} = \frac{\mathbf{V}_{o}}{\mathbf{V}_{i}} = \frac{R_{2} - jX_{C}}{R_{1} + R_{2} - jX_{C}} = \frac{R_{2}/X_{C} - j}{(R_{1} + R_{2})/X_{C} - j}$$

 $= \frac{(j)(R_{2}X_{C} - j)}{(j)((R_{1} + R_{2})/X_{C} - j)}$
 $= \frac{j(R_{2}/X_{C}) + 1}{j((R_{1} + R_{2})/X_{C}) + 1} = \frac{1 + j 2\pi fR_{2}C}{1 + j 2\pi f(R_{1} + R_{2})C}$

de modo que

$$=\frac{1+j(f/f_1)}{1+j(f/f_c)}$$
(21.45)

com
$$f_1 = \frac{1}{2\pi R_2 C}$$
 e $f_c = \frac{1}{2\pi (R_1 + R_2)C}$

O denominador da Equação 21.45 é idêntico ao da função usada para gerar o gráfico da Figura 21.54(a), correspondente ao filtro passa-baixa. No entanto o numerador é novo e deve ser investigado.

Figura 21.63 Curva de resposta do filtro passa-baixa com atenuação limitada.

Aplicando a Equação 21.5, temos:

$$A_{\nu_{dB}} = 20 \log_{10} \frac{V_o}{V_i}$$

= 20 \log_{10} \sqrt{1 + (f/f_1)^2} + 20 \log_{10} \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_c)^2}}

Para $f \gg f_1$, $(f/f_1)^2 \gg 1$, e o primeiro termo se transforma em:

$$20 \log_{10} \sqrt{(f/f_1)^2} = 20 \log_{10} ((f/f_1)^2)^{1/2}$$
$$= 20 \log_{10} (f/f_1)|_{f \gg f_1}$$

que define a assíntota de Bode para o numerador da Equação 21.45.

Para $f = f_1$, 20 log₁₀ 1 = 0 dB, e para $f = 2f_1$, 20 log₁₀ 2 = 6 dB. Para frequências muito menores que f_1 , $(f/f_1)^2$ << 1, e o primeiro termo da Equação 21.5 se transforma em 20 log₁₀ $\sqrt{1}$ = 20 log₁₀ 1 = 0 dB, que corresponde à assíntota para baixas frequências.

O gráfico completo de Bode idealizado para o numerador da Equação 21.45 é mostrado na Figura 21.64.

Agora estamos em condições de determinar $A_{v}|_{dB}$ plotando as assíntotas do numerador e do denominador da Equação 21.45 no mesmo gráfico, como mostra a Figura

Figura 21.64 Gráfico de Bode e curva real para a função $(1 + j(f/f_1))$.

21.65. Note que f_c tem de ser menor que f_1 , pois o denominador de f_1 inclui apenas R_2 , enquanto o denominador de f_c inclui a soma de R_1 e R_2 .

Como $R_2/(R_1 + R_2)$ é sempre menor que 1, podemos usar um resultado anterior para obter uma equação que nos permita calcular a atenuação em dB para altas frequências. Ou seja,

$$20 \log_{10} R_2 / (R_1 + R_2) = 20 \log_{10} 1 / ((R_1 + R_2)/R_2)$$
$$= \underbrace{20 \log_{10} 1}_{0} - 20 \log_{10} ((R_1 + R_2)/R_2)$$
$$e 20 \log_{10} \frac{R_2}{R_1 + R_2} = -20 \log_{10} \frac{R_1 + R_2}{R_2}$$
(21.46)

como mostra a Figura 21.65.

Na região 1 da Figura 21.65, as duas assíntotas são retas horizontais em 0 dB, resultando em uma assíntota de Bode horizontal em 0 dB. A partir de $f=f_c$, uma das assíntotas se mantém em 0 dB, enquanto a outra apresenta uma queda de 6 dB/oitava. A soma das duas é uma reta com uma queda de 6 dB/oitava indicada no gráfico para a região. Na região 3, a assíntota de -6 dB/oitava é compensada por uma assíntota de +6 dB/oitava, resultando em uma assíntota horizontal com um determinado valor negativo em dB a partir de $f=f_1$. O valor em dB dessa assíntota na região 3 pode ser determinado usando a Equação 21.46 ou simplesmente substituindo $f=f_1$ na expressão assintótica definida por f_c .

Agora que o envelope de Bode idealizado está definido, podemos traçar a curva real marcando primeiro os pontos afastados de 3 dB na direção correta das frequências críticas como mostra a Figura 21.65.

O ângulo de fase associado a A_{ν} pode ser determinado diretamente a partir da Equação 21.45. Ou seja,

$$\theta = tg^{-1} f/f_1 - tg^{-1} f/f_c$$
 (21.47)

O gráfico completo de θ em função da frequência pode ser obtido simplesmente substituindo *f* por alguns

Figura 21.65 $A_{v_{dB}}$ em função da frequência para o filtro passa-baixa com atenuação limitada visto na Figura 21.62.

valores particulares na Equação 21.47 e plotando o resultado usando uma escala logarítmica para a frequência.

O primeiro termo da Equação 21.47 define o ângulo de fase estabelecido pelo numerador da Equação 21.45. O gráfico assintótico estabelecido pelo numerador aparece na Figura 21.66. Observe o ângulo de fase de 45° em $f = f_1$ e a assíntota de linha reta entre $f_1/10$ e $10f_1$.

Agora que dispomos de um gráfico assintótico para o ângulo de fase do numerador, podemos delinear a curva de fase completa traçando as assíntotas das duas funções da Equação 21.45 no mesmo gráfico, como mostra a Figura 21.67.

As assíntotas vistas na Figura 21.67 mostram claramente que o ângulo de fase é 0° tanto para baixas como para altas frequências (90° – 90° = 0°). Na região 2, a fase torna-se negativa devido à influência da assíntota f_c . Na região 4, o ângulo de fase aumenta porque a assíntota associada a f_c se mantém constante em -90° , enquanto a associada a f_1 tem inclinação positiva. Para frequências centrais, o gráfico devido a f_1 compensa a queda negativa associada à assíntota f_c , resultando na resposta quase constante indicada na figura. Como as assíntotas nessa região intermediária têm inclinações iguais e opostas, os ângulos de fase são iguais em f_1 e em f_c , mas observe que são menores do que 45°. O maior ângulo de fase negativo ocorre para uma frequência entre $f_1 e f_c$. Os pontos restantes da curva mostrada na Figura 21.67 podem ser determinados pela simples substituição por valores específicos de frequência na Equação 21.45. Entretanto, também é útil saber que as mudanças mais bruscas (variações rápidas) do ângulo de fase ocorrem quando um gráfico de dB da magnitude sofre maiores variações (como $f_1 e f_c$).

Figura 21.66 Curva de fase para a função $(1 + j(f/f_1))$.

Figura 21.67 Curva de fase para o filtro passa-baixa visto na Figura 21.62.

21.13 FILTRO PASSA-ALTA COM ATENUAÇÃO LIMITADA

O filtro que vemos na Figura 21.68 foi projetado para limitar a atenuação em baixas frequências de modo semelhante ao descrito para o filtro passa-baixa da seção anterior.

Para f = 0 Hz, o capacitor comporta-se como um circuito aberto e $\mathbf{V}_o = [R_2/(R_1 + R_2)]\mathbf{V}_i$. Em altas frequências, o capacitor comporta-se como um curto-circuito e $\mathbf{V}_o = \mathbf{V}_i$.

A resistência equivalente a ser usada na equação da frequência de corte é a resistência de Thévenin do ponto de vista do capacitor *C*, como mostra a Figura 21.69. Um exame cuidadoso da configuração resultante revela que $R_{\text{Th}} = R_1 \parallel R_2$ e $f_c = 1/2\pi(R_1 \parallel R_2)C$.

A Figura 21.70(a) mostra um gráfico de V_o em função da frequência e a Figura 21.70(b), um gráfico de $A_v = V_o/V_i$.

Figura 21.68 Filtro passa-alta com atenuação limitada.

Figura 21.69 Determinação de *R* para o filtro visto na Figura 21.68.

Figura 21.70 Filtro passa-alta com atenuação limitada.

Uma equação para o cálculo de $\mathbf{A}_{v} = \mathbf{V}_{o}/\mathbf{V}_{i}$ pode ser obtida aplicando primeiro a regra dos divisores de tensão:

$$V_{o} = \frac{R_{2}V_{i}}{R_{2} + R_{1} \parallel -jX_{C}}$$

$$e \qquad A_{v} = \frac{V_{o}}{V_{i}} = \frac{R_{2}}{R_{2} + R_{1} \parallel -jX_{C}} = \frac{R_{2}}{R_{2} + \frac{R_{1}(-jX_{C})}{R_{1} - jX_{C}}}$$

$$= \frac{R_{2}(R_{1} - jX_{C})}{R_{2}(R_{1} - jX_{C}) - jR_{1}X_{C}} = \frac{R_{1}R_{2} - jR_{2}X_{C}}{R_{1}R_{2} - jR_{2}X_{C} - jR_{1}X_{C}}$$

$$= \frac{R_{1}R_{2} - jR_{2}X_{C}}{R_{1}R_{2} - j(R_{1} + R_{2})X_{C}} = \frac{1 - j\frac{R_{2}X_{C}}{R_{1}R_{2}}}{1 - j\frac{(R_{1} + R_{2})}{R_{1}R_{2}}X_{C}}$$

$$= \frac{1 - j\frac{X_{C}}{R_{1}}}{1 - j\frac{X_{C}}{R_{1} + R_{2}}} = \frac{1 - j\frac{X_{C}}{R_{1}}}{1 - j\frac{X_{C}}{R_{1} \parallel R_{2}}}$$

$$= \frac{1 - j\frac{1}{2\pi fR_{1}C}}{1 - j\frac{1}{2\pi f(R_{1} \parallel R_{2})C}}$$

de modo que

$$v = \frac{\mathbf{V}_o}{\mathbf{V}_i} = \frac{1 - j(f_1/f)}{1 - j(f_c/f)}$$
 (21.48)

com $f_1 = \frac{1}{2\pi R_1 C}$ e $f_c = \frac{1}{2\pi (R_1 \parallel R_2) C}$

O denominador da Equação 21.48 é idêntico ao denominador da função usada para gerar o gráfico da Figura 21.54(b), correspondente ao filtro passa-alta. Entretanto, o numerador é novo e tem de ser investigado. Aplicando a Equação 21.5, temos:

$$A_{\nu_{dB}} = 20 \log_{10} \frac{V_o}{V_i}$$

= 20 \log_{10} \sqrt{1 + (f_1/f)^2} + 20 \log_{10} \frac{1}{\sqrt{1 + (f_c/f)^2}}

Para $f \ll f_1$, $(f_1/f)^2 \gg 1$, e o primeiro termo se transforma em:

$$20 \log_{10} \sqrt{(f_1/f)^2} = 20 \log_{10} (f_1/f)|_{f \ll f_1}$$

que define a assíntota de Bode idealizada para o numerador da Equação 21.48.

Para
$$f = f_1$$
,20 $\log_{10} 1$ = 0 dBPara $f = 0.5f_1$,20 $\log_{10} 2$ = 6 dBPara $f = 0.1f_1$,20 $\log_{10} 10$ = 20 dB

Para frequências maiores que f_1 , $f_1/f \ll 1$ e 20 log₁₀ 1 = 0 dB, que corresponde à assíntota para altas frequências. O gráfico completo de Bode idealizado para o numerador da Equação 21.48 é mostrado na Figura 21.71.

Agora estamos em condições de determinar $A_{v_{dB}}$ plotando as assíntotas do numerador e do denominador da Equação 21.48 no mesmo gráfico, conforme mostra a Figura 21.72. Observe que f_c tem de ser maior que f_1 , pois $R_1 || R_2$ é menor que R_1 .

Para determinar o gráfico de Bode linear, começaremos examinando a região 2, na qual uma função é 0 dB e a outra está caindo em 6 dB/oitava para um decréscimo de frequência. O resultado é uma assíntota decrescente de f_c para f_1 . Na interseção da resultante da região 2 com f_1 , entramos na região 1, onde as assíntotas têm inclinações opostas e se cancelam. O nível resultante em f_1 pode ser determinado por $-20 \log_{10}(R_1)$

Figura 21.71 Gráfico de Bode idealizado e real para a magnitude de $(1 - j(f_1/f))$.

Figura 21.72 A_{van} em função da frequência para o filtro passa-alta com atenuação limitada mostrado na Figura 21.68.

 $(+ R_2)/R_2$, conforme foi feito em seções anteriores. A queda também pode ser determinada substituindo $f=f_1$ na equação da assíntota definida para f_c . Na região 3, as duas assíntotas são retas horizontais em 0 dB, resultando em uma assíntota de Bode horizontal em 0 dB. As assíntotas resultantes e a curva real de resposta aparecem na Figura 21.72.

O ângulo de fase associado a A_v pode ser determinado diretamente a partir da Equação 21.48; ou seja,

$$\theta = -\mathrm{tg}^{-1}\frac{f_1}{f} + \mathrm{tg}^{-1}\frac{f_c}{f}$$
(21.49)

O gráfico completo de θ em função da frequência pode ser obtido simplesmente pela substituição de f por alguns valores particulares na Equação 21.49 e plotando o resultado com uma escala logarítmica para a frequência.

O primeiro termo da Equação 21.49 define o ângulo de fase estabelecido pelo numerador da Equação 21.48. O gráfico assintótico estabelecido pelo numerador é mostrado na Figura 21.73. Observe o ângulo de fase adiantado 45° em $f = f_1$ e a assíntota de $f_1/10$ para $10f_1$.

Agora que dispomos de um gráfico assintótico para o ângulo de fase do numerador, podemos delinear a curva de fase completa traçando as assíntotas das duas funções da Equação 21.48 no mesmo gráfico, conforme mostra a Figura 21.74.

Figura 21.73 Curva de fase para a função $(1 - j (f_1/f))$.

Figura 21.74 Curva de fase para o filtro passa-alta visto na Figura 21.68.

As assíntotas vistas na Figura 21.74 mostram claramente que o ângulo de fase será 90º para baixas frequências $e 0^{\circ} (90^{\circ} - 90^{\circ} = 0^{\circ})$ para altas. Na região 2, a fase torna-se positiva porque uma das assíntotas é horizontal com um ângulo de 90° e a outra se torna cada vez menos negativa. Na região 4, uma das assíntotas é horizontal e a outra tem uma inclinação negativa, resultando em um ângulo positivo nessa região. Na região 3, o ângulo positivo é sempre maior do que o ângulo negativo, o que resulta em um ângulo positivo em toda essa área. Como as assíntotas nessa região têm inclinações iguais e opostas, os ângulos de fase são iguais em f_1 e em f_c . A Figura 21.74 revela que esses ângulos são menores do que 45°. O maior ângulo de fase ocorre para uma frequência entre $f_c e f_1$, como mostra a figura. Observe novamente que a maior variação de θ ocorre nas frequências de canto, coincidindo com as regiões nas quais o ganho também sofre as maiores variações.

EXEMPLO 21.11

Para o filtro mostrado na Figura 21.75:

- a) Trace a curva de $A_{v_{dB}}$ em função da frequência usando uma escala logarítmica.
- b) Trace a curva de θ em função da frequência usando uma escala logarítmica.

Soluções:

a) As frequências notáveis são:

$$f_{1} = \frac{1}{2\pi R_{1}C} = \frac{1}{2\pi (9,1 \text{ k}\Omega)(0,47 \text{ }\mu\text{F})} = 37,2 \text{ Hz}$$

$$f_{c} = \frac{1}{2\pi \left(\frac{R_{1}R_{2}}{R_{1} + R_{2}}\right)C} = \frac{1}{2\pi (0,9 \text{ }\kappa\Omega)(0,47 \text{ }\mu\text{F})}$$

$$= 376,25 \text{ Hz}$$

Figura 21.75 Exemplo 21.11.

A atenuação máxima em baixas frequências é dada por:

$$-20 \log_{10} \frac{R_1 + R_2}{R_2} = -20 \log_{10} \frac{9.1 \text{ k}\Omega + 1 \text{ k}\Omega}{1 \text{ k}\Omega}$$
$$= -20 \log_{10} 10.1 = -20.09 \text{ dB}$$

O gráfico resultante é mostrado na Figura 21.76. b) Ângulos para as frequências notáveis:

Para $f = f_1 = 37,2$ Hz,

$$\theta = -tg^{-1}\frac{f_1}{f} + tg^{-1}\frac{f_c}{f}$$

= $-tg^{-1}1 + tg^{-1}\frac{376,25 \text{ Hz}}{37,2 \text{ Hz}}$
= $-45^\circ + 84,35^\circ$
= **39 35**°

Para $f = f_c = 376,26$ Hz,

$$\theta = -tg^{-1} \frac{37,2 \text{ Hz}}{376,26 \text{ Hz}} + tg^{-1} 1$$

= -5,65° + 45°
= **39.35**°

Figura 21.76 $A_{\nu_{dB}}$ em função da frequência para o filtro visto na Figura 21.75.

Para frequências centrais entre $f_c e f_1$, como 120 Hz:

$$\theta = -tg^{-1} \frac{37,2 \text{ Hz}}{120 \text{ Hz}} + tg^{-1} \frac{376,26 \text{ Hz}}{120 \text{ Hz}}$$
$$= -17,22^{\circ} + 72,31^{\circ}$$
$$= 55,09^{\circ}$$

O gráfico de fase resultante aparece na Figura 21.77.

21.14 OUTRAS PROPRIEDADES DOS GRÁFICOS DE BODE

O uso dos gráficos de Bode não está limitado a filtros, podendo ser aplicado em qualquer sistema no qual se deseja obter um gráfico com decibéis em função da frequência. Embora as seções anteriores não tenham abordado todas as funções que se prestam à construção de assíntotas lineares idealizadas, as funções mais comuns foram analisadas.

Agora examinaremos algumas situações específicas para as quais a adaptabilidade e a utilidade das curvas de Bode serão demonstradas na análise da resposta em frequência.

Em todas as situações descritas neste capítulo havia apenas um fator no numerador e um fator no denominador.

Nas situações em que existe mais de um fator, haverá uma interação entre as funções que tem de ser examinada e entendida. Na maioria dos casos, é aconselhável o uso da Equação 21.5. Por exemplo, se A_v tiver a forma:

$$\mathbf{A}_{v} = \frac{200(1 - jf_2/f)(jf/f_1)}{(1 - jf_1/f)(1 + jf/f_2)} = \frac{(a)(b)(c)}{(d)(e)}$$
(21.50)

podemos expandir a função da seguinte maneira:

$$A_{\nu_{dB}} = 20 \log_{10} \frac{(a)(b)(c)}{(d)(e)}$$

= 20 \log_{10} a + 20 \log_{10} b + 20 \log_{10} c
- 20 \log_{10} d - 20 \log_{10} e

revelando que o ganho em decibéis é igual à soma algébrica das contribuições de todos os fatores da função original. Portanto, podemos somar algebricamente os gráficos de Bode de todos os fatores para cada intervalo de frequência para determinar o gráfico de Bode relativo à função completa.

Quando dois fatores têm a mesma forma e a mesma frequência crítica, como na função:

$$\mathbf{A}_{v} = \frac{1}{(1 - jf_{1}/f)(1 - jf_{1}/f)}$$

1

Figura 21.77 θ (o ângulo de fase associado a A_v) em função da frequência para o filtro visto na Figura 21.75.

a função pode ser reescrita como:

$$\mathbf{A}_{\upsilon} = \frac{1}{\left(1 - jf_1/f\right)^2}$$

de modo que: $A_{v_{dB}} = 20 \log_{10} \frac{1}{(\sqrt{1 + (f_1/f)^2})^2}$ = $-20 \log_{10}(1 + (f_1/f)^2)$

para $f \ll f_1, (f_1/f)^2 >> 1$, e, assim,

$$A_{\rm vdB} = -20 \log_{10}(f_1/f)^2 = -40 \log_{10} f_1/f$$

em vez de $-20 \log_{10}(f_1/f)$, como no caso em que existe um único fator no denominador. Portanto, a inclinação da assíntota resultante é -12 dB/oitava (-40 dB/década) para frequências decrescentes, em vez de -6 dB/oitava. A frequência de canto permanece a mesma e a assíntota para altas frequências ainda é uma reta horizontal em 0 dB. O gráfico de Bode idealizado, associado à função que acabamos de discutir, é mostrado na Figura 21.78.

Observe que a assíntota é mais inclinada e que a curva real passa em um ponto de -6 dB abaixo da frequência crítica em vez de -3 dB, como no caso de uma função de um único fator.

Tenha em mente que, caso as frequências críticas dos dois fatores do numerador ou do denominador tenham valores próximos, mas não exatamente iguais, a queda total em dB é a soma algébrica das contribuições dos fatores da expansão. Por exemplo, considere o gráfico de Bode mostrado na Figura 21.79 tendo como frequências críticas $f_1 e f_2$.

Na região 3, as duas assíntotas são de 0 dB, resultando em uma assíntota também horizontal em 0 dB para

Figura 21.78 Gráfico de Bode da função $\frac{1}{(1 - j(f_1/f))^2}$.

frequências maiores que f_2 . Na região 2, uma assíntota é uma reta horizontal em 0 dB, enquanto a outra é uma assíntota de -6 dB/oitava para frequências decrescentes. O resultado é uma assíntota decrescente de -6 dB/oitava, como mostra a mesma figura. Em f_1 , temos duas assíntotas decrescentes em -6 dB para frequências decrescentes. O resultado é uma assíntota decrescente em -12 dB/oitava para essa região.

Quando a diferença entre $f_1 e f_2$ é de pelo menos duas oitavas, o efeito de uma das assíntotas sobre a resposta real nas proximidades da frequência crítica da outra pode ser ignorado. Em outras palavras, se $f_1 < \frac{1}{4} f_2$, por exemplo, a

Figura 21.79 Gráfico de $A_{v_{dB}}$ da função para $\frac{1}{(1 - j(f_1/f))(1 - j(f_2/f))} \operatorname{com} f_1 < f_2$.

curva real passa em um ponto que está a -3 dB do gráfico de Bode em $f = f_2$ e em $f = f_1$.

A discussão precedente pode ser estendida para qualquer número de fatores com a mesma frequência ou na mesma região. No caso de três fatores iguais no denominador, por exemplo, a inclinação da assíntota será de -18 dB/oitava, e assim por diante. Com a prática, o uso do método se tornará quase automático. Em muitos casos, a parte mais difícil para chegar a uma solução é colocar a função original na forma desejada.

EXEMPLO 21.12

Um amplificador transistorizado tem um ganho representado pela seguinte expressão:

$$\mathbf{A}_{\nu} = \frac{100}{\left(1 - j\frac{50 \text{ Hz}}{f}\right)\left(1 - j\frac{200 \text{ Hz}}{f}\right)\left(1 + j\frac{f}{10 \text{ kHz}}\right)\left(1 + j\frac{f}{20 \text{ kHz}}\right)}$$

- a) Trace a curva de resposta normalizada $A'_{\nu} = A_{\nu}/A_{\nu_{\text{máx}}}$ e determine a largura de banda (*BW*) do amplificador.
- b) Trace o gráfico da resposta de fase e determine a frequência na qual o ângulo de fase é aproximadamente 0°.

Soluções:

A.,

A.,

$$A'_{v} = \frac{1}{A_{v_{\text{máx}}}} = \frac{1}{100}$$

$$= \frac{1}{\left(1 - j\frac{50 \text{ Hz}}{f}\right) \left(1 - j\frac{200 \text{ Hz}}{f}\right) \left(1 + j\frac{f}{10 \text{ kHz}}\right) \left(1 + j\frac{f}{20 \text{ kHz}}\right)}$$

$$= \frac{1}{(a)(b)(c)(d)} = \left(\frac{1}{a}\right) \left(\frac{1}{b}\right) \left(\frac{1}{c}\right) \left(\frac{1}{d}\right)$$

confirmando claramente o fato de que o ganho total em decibéis é igual à soma algébrica das contribuições dos diferentes fatores da função original.

Um exame mais detalhado da função original revela que os dois primeiros fatores do denominador são funções de filtro passa-alta, enquanto os dois últimos, funções do tipo passa-baixa. A Figura 21.80 demonstra como a combinação dos dois tipos de funções define a largura de banda do amplificador. A função do filtro passa-alta define uma frequência de corte baixa e a função do filtro passa-baixa define uma frequência de corte alta.

Plotando todas as curvas de Bode no mesmo gráfico, obtemos a curva de resposta vista na Figura 21.81. Observe que, para frequências menores que 50 Hz, a assíntota resultante tem uma inclinação de -12 dB/oitava. Além disso, como as frequências críticas de 50 Hz e 200 Hz estão separadas por duas oitavas, a curva real está a -3dB do gráfico de Bode para essas frequências.

Na região de alta frequência, as frequências de canto não estão separadas por duas oitavas, e a diferença entre a curva real e a curva de Bode para essas frequências críticas tem de ser examinada com mais atenção. Como 10 kHz está uma oitava abaixo de 20 kHz, podemos usar o fato de que a diferença entre a curva de Bode e a curva real para uma única frequência de canto é 1 dB. Se acrescentarmos –1 dB de queda devido à frequência de canto de 20 kHz à queda de –3 dB em f = 10 kHz, podemos concluir que a queda em 10 kHz será –4 dB, como mostra o gráfico. Para verificar essa conclusão, escreveremos toda a equação do cálculo do ganho para uma frequência de 10 kHz e determinaremos a curva real para fins de comparação.

Figura 21.80 Obtenção do ganho total em função da frequência para o Exemplo 21.12.

Figura 21.81 $A'_{v_{dB}}$ em função da frequência para o Exemplo 21.12.

= -0,00011 dB - 0,0017 dB - 3,01 dB - 0,969 dB $= -3,98 \text{ dB} \cong -4 \text{ dB} \quad \text{como visto anteriormente}$

Um exame nos cálculos revela claramente que os dois últimos termos predominam na região de alta frequência, praticamente eliminando a necessidade de considerar os dois primeiros termos nessa região. Na região de baixa frequência, basta analisar os dois primeiros termos.

Procedendo da mesma maneira, encontramos uma diferença de -4 dB para f = 20 kHz, resultando na curva real vista na Figura 21.81. Como a largura de banda é definida pelos pontos de -3 dB, temos de determinar o ponto, na região de alta frequência, onde a curva real tem uma resposta de -3 dB abaixo da resposta máxima. O gráfico sugere que esse ponto corresponde a uma frequência de aproximadamente 8,5 kHz. Usando esse valor nos termos de alta frequência, obtemos:

$$A'_{\nu_{dB}} = -20 \log_{10} \sqrt{1 + \left(\frac{8.5 \text{ kHz}}{10 \text{ kHz}}\right)^2} - 20 \log_{10} \sqrt{1 + \left(\frac{8.5 \text{ kHz}}{20 \text{ kHz}}\right)^2} = -2.148 \text{ dB} - 0.645 \text{ dB} \cong -2.8 \text{ dB}$$

que está relativamente próximo do valor desejado de -3 dB, e:

$$BW = f_{alta} - f_{baixa} = 8,5 \text{ kHz} - 200 \text{ Hz} = 8,3 \text{ kHz}$$

Para as frequências centrais da largura de banda, $A'_{v_{dB}}$ se aproxima muito de 0 dB. Para f = 1 kHz,

$$A'_{\nu_{dB}} = -20 \log_{10} \sqrt{1 + \left(\frac{50 \text{ Hz}}{1 \text{ kHz}}\right)^2} - 20 \log_{10} \sqrt{1 + \left(\frac{200 \text{ Hz}}{1 \text{ kHz}}\right)^2} - 20 \log_{10} \sqrt{1 + \left(\frac{1 \text{ kHz}}{20 \text{ kHz}}\right)^2} - 20 \log_{10} \sqrt{1 + \left(\frac{1 \text{ kHz}}{10 \text{ kHz}}\right)^2} = -0,0108 \text{ dB} - 0,1703 \text{ dB} - 0,0432 \text{ dB} - 0,0108 \text{ dB} = -0,235 \text{ dB} \cong -\frac{1}{5} \text{ dB}$$

que está certamente próximo de 0 dB, como mostra o gráfico.

 b) A curva de fase pode ser determinada substituindo f por valores particulares da frequência na seguinte equação, obtida diretamente da função original A_v:

$$\theta = tg^{-1} \frac{50 \text{ Hz}}{f} + tg^{-1} \frac{200 \text{ Hz}}{f} - tg^{-1} \frac{f}{10 \text{ kHz}} - tg^{-1} \frac{f}{20 \text{ kHz}}$$

Entretanto, façamos uso das assíntotas definidas por cada termo de \mathbf{A}_v e esbocemos a resposta a partir dos ângulos de fase determinados para as frequências críticas. As assíntotas resultantes e o gráfico de fase são mostrados na Figura 21.82. Observe que em f = 50 Hz, a soma dos dois ângulos determinados pelas assíntotas é $45^\circ + 75^\circ = 120^\circ$ (o valor exato é

Figura 21.82 Resposta de fase para o Exemplo 21.12.

121°). Para f = 1 kHz, se subtrairmos 5,7° para uma frequência de canto, obteremos um ângulo de 14° – 5,7° \cong 8,3° (o valor exato é 5,6°).

Em 10 kHz, as assíntotas nos dão $\theta \cong -45^\circ - 32^\circ =$ -77° (o valor real é -71,56°). O ponto em que a curva de fase se aproxima de 0° corresponde a aproximadamente 1.300 Hz. Para verificar se a curva traçada com o auxílio das assíntotas é uma boa aproximação da curva real, substituiremos *f* = 1.300 Hz na equação de θ :

$$\theta = tg^{-1} \frac{50 \text{ Hz}}{1300 \text{ Hz}} + tg^{-1} \frac{200 \text{ Hz}}{1300 \text{ Hz}}$$
$$- tg^{-1} \frac{1300 \text{ Hz}}{10 \text{ kHz}} - tg^{-1} \frac{1300 \text{ Hz}}{20 \text{ kHz}}$$
$$= 2,2^{\circ} + 8,75^{\circ} - 7,41^{\circ} - 3,72^{\circ}$$
$$= -0,18^{\circ} \approx 0^{\circ} \qquad \text{conforme previsto}$$

Em resumo, a curva de fase passa de um ângulo positivo de 180° (\mathbf{V}_o adiantada em relação a \mathbf{V}_i) para um ângulo negativo de 180° à medida que a frequência varia desde as frequências baixas até as altas. Na região central da curva de fase, o ângulo permanece próximo de 0° (\mathbf{V}_o em fase com \mathbf{V}_i), muito parecido com a resposta de um amplificador transistorizado na configuração base-comum.

A Tabela 21.3 foi elaborada com o objetivo de consolidar o assunto desse capítulo e de fornecer uma referência para uso futuro; ela inclui as curvas de Bode (ganho e fase) para as funções que aparecem na primeira coluna. Essas funções não abrangem todos os casos possíveis, mas estabelecem uma base à qual poderão ser acrescentadas novas funções. A revisão do que foi estudado nas seções 21.12 e 21.13 mostra que escrever a função A_{ν} na forma correta é a parte mais difícil da análise. No entanto, com a prática e a familiarização com o formato desejado, os métodos se tornam mais claros, facilitando sua aplicação.

21.15 CIRCUITOS DE DESVIO

Esse tópico, que trata de circuitos de desvio, foi incluído principalmente por ser um excelente exemplo do uso de filtros e por não apresentar um elevado grau de complexidade. Os circuitos de desvio (ou crossovers) são empregados em sistemas de áudio para assegurar que as frequências apropriadas sejam encaminhadas aos respectivos alto-falantes. Embora os sistemas de som mais simples usem apenas um alto-falante para cobrir toda a faixa de áudio de 20 Hz a 20 kHz, os sistemas mais sofisticados empregam pelo menos três alto-falantes, um para as baixas frequências (20 a 500 Hz), outro para frequências médias (500 Hz a 5 kHz) e um terceiro para as altas frequências (acima de 5 kHz). O sistema é projetado de maneira que as curvas de resposta em frequência de alto-falantes de faixas adjacentes se cruzem no ponto de -3 dB, como mostra a Figura 21.83. Dependendo do projeto, os filtros podem apresentar uma atenuação de 6 dB, 12 dB ou 18 dB/oitava, sendo que a complexidade cresce com o aumento da inclinação da curva de resposta. O circuito de desvio contendo três alto-falantes, visto na Figura 21.83, é bastante simples, com um filtro R-L passa-baixa para o woofer (alto-falante de graves), um filtro R-L-C passa-faixa para o midrange (alto-falante de médios) e um filtro R-C passa-alta para o tweeter (alto-falante de agudos). As equações usadas para calcular os valores dos componentes aparecem a seguir. Note as semelhanças entre as equações que apresentam como única diferença o valor da frequência de corte.

 Tabela 21.3
 Gráficos de Bode idealizados para diversas funções.

Figura 21.83 Circuito de desvio de três canais com atenuação de 6 dB/oitava.

$$L_{\text{graves}} = \frac{R}{2\pi f_1} \qquad L_{\text{médios}} = \frac{R}{2\pi f_2} \qquad (21.51)$$
$$C_{\text{médios}} = \frac{1}{2\pi f_1 R} \qquad C_{\text{agudos}} = \frac{1}{2\pi f_2 R} \qquad (21.52)$$

Para o circuito de desvio visto na Figura 21.83, com três alto-falantes de 8 Ω , os valores calculados são:

$$L_{\text{graves}} = \frac{R}{2\pi f_1} = \frac{8 \Omega}{2\pi (400 \text{ Hz})}$$
$$= 3,183 \text{ mH} \rightarrow 3,3 \text{ mH}$$
(valor comercial)

$$L_{\text{médios}} = \frac{R}{2\pi f_2} = \frac{8 \Omega}{2\pi (5 \text{ kHz})}$$
$$= 254,65 \ \mu\text{H} \rightarrow 270 \ \mu\text{H}$$

(valor comercial)

$$C_{\text{médios}} = \frac{1}{2\pi f_1 R} = \frac{1}{2\pi (400 \text{ Hz})(8 \Omega)}$$

= 49,736 \mu F \rightarrow 47 \mu F

(valor comercial)

$$C_{\text{agudos}} = \frac{1}{2\pi f_2 R} = \frac{1}{2\pi (5 \text{ kHz})(8 \Omega)}$$
$$= 3,979 \ \mu\text{F} \rightarrow 3.9 \ \mu\text{F}$$

(valor comercial)

conforme mostra a Figura 21.83.

A Figura 21.83 inclui também um esboço da resposta em frequências de cada filtro mostrando o cruzamento nas frequências de interesse. Como os três alto-falantes estão conectados em paralelo, a tensão da fonte e a impedância são iguais para os três circuitos. A carga total 'vista' pela fonte é obviamente uma função da frequência aplicada, porém, a potência total fornecida é determinada somente pelos alto-falantes, já que eles são essencialmente resistivos.

Para testar o sistema, apliquemos um sinal de 4 V com uma frequência de 1 kHz (uma frequência intermediária na curva de sensibilidade do ouvido humano) e verifiquemos qual dos três alto-falantes dissipa uma potência maior nessa frequência.

Para f = 1kHz,

$$\begin{split} X_{L_{\text{graves}}} &= 2\pi f L_{\text{graves}} = 2\pi (1 \text{ kHz})(3,3 \text{ mH}) = 20,74 \ \Omega \\ \mathbf{V}_{o} &= \frac{(\mathbf{Z}_{R} \angle 0^{\circ})(V_{i} \angle 0^{\circ})}{\mathbf{Z}_{T}} = \frac{(8 \ \Omega \angle 0^{\circ})(4 \ V \angle 0^{\circ})}{8 \ \Omega + j \ 20,74 \ \Omega} \\ &= 1,44 \ V \angle -68,90^{\circ} \\ X_{L_{\text{médios}}} &= 2\pi f L_{\text{médios}} = 2\pi \ 1(\text{kHz})(270 \ \mu\text{H}) = 1,696 \ \Omega \\ X_{C_{\text{médios}}} &= \frac{1}{2\pi f C_{\text{médios}}} = \frac{\pi}{2\pi (1 \ \text{kHz})(47 \ \mu\text{F})} = 3,386 \ \Omega \\ \mathbf{V}_{o} &= \frac{(\mathbf{Z}_{R} \angle 0^{\circ})(V_{i} \angle 0^{\circ})}{\mathbf{Z}_{T}} = \frac{(8 \ \Omega \angle 0^{\circ})(4 \ V \angle 0^{\circ})}{8 \ \Omega + j \ 1,696 \ \Omega - j \ 3,386 \ \Omega} \\ X_{C_{\text{agudos}}} &= \frac{1}{2\pi f C_{\text{agudos}}} = \frac{1}{2\pi (1 \ \text{kHz})(3,9 \ \mu\text{F})} = 40,81 \ \Omega \\ \mathbf{V}_{o} &= \frac{(\mathbf{Z}_{R} \angle 0^{\circ})(V_{i} \angle 0^{\circ})}{\mathbf{Z}_{T}} = \frac{(8 \ \Omega \angle 0^{\circ})(4 \ V \angle 0^{\circ})}{8 \ \Omega - j \ 40,81 \ \Omega} \\ &= 0,77 \ V \angle 78,91^{\circ} \end{split}$$

Usando a equação básica de potência $P = V^2/R$, encontramos as potências dissipadas pelo *woofer*,

$$P_{\text{graves}} = \frac{V^2}{R} = \frac{(1,44\text{V})^2}{8 \Omega} = 0,259 \text{ W}$$

pelo alto-falante de médios,

$$P_{\text{médios}} = \frac{V^2}{R} = \frac{(3,94 \text{ V})^2}{8 \Omega} = 1,94 \text{ W}$$

e pelo tweeter,

$$P_{\text{agudos}} = \frac{V^2}{R} = \frac{(0.77 \text{ V})^2}{8 \Omega} = 0.074 \text{ W}$$

o que resulta em uma relação de 7,5 para 1 entre as potências dissipadas no alto-falante de médios e o *woofer*, e uma relação de 26 para 1 entre as potências dissipadas no alto-falante de médios e o *tweeter*. Obviamente, a resposta do alto-falante de médios encobre totalmente a dos outros dois.

21.16 APLICAÇÕES

Atenuadores

Atenuadores são, por definição, qualquer dispositivo ou sistema que pode reduzir os níveis de potência ou tensão de um sinal introduzindo pouca ou nenhuma distorção. Em termos gerais, existem dois tipos: passivo e ativo. O tipo passivo usa apenas resistores, enquanto o tipo ativo usa componentes eletrônicos como transistores e circuitos integrados. Como o estudo da eletrônica é um curso que se segue a esse, iremos nos dedicar apenas ao tipo resistivo. Os atenuadores são normalmente usados em equipamentos de áudio (como os equalizadores gráficos e paramétricos apresentados no Capítulo 20), sistemas de antenas, sistemas AM e FM nos quais a atenuação pode ser necessária antes que os sinais sejam misturados e qualquer outra aplicação em que for necessária a redução na intensidade de um sinal.

A unidade de atenuação vista na Figura 21.84 possui terminais coaxiais de entrada e saída e chaves de ajuste do nível da redução em dB. Ela apresenta uma resposta uniforme para sinais com frequências desde CC até cerca de 6 GHz, o que significa basicamente que a sua inserção no circuito não afeta a resposta em frequência para essa banda de frequência. O projeto é muito simples, tendo resistores conectados tanto nas configurações tê (T) quanto *ipsilon* (Y), conforme mostram as figuras 21.85 e 21.86, respectivamente, para um sistema que usa cabo coaxial de 50 Ω . Em todos os casos, os resistores são escolhidos de modo a assegurar que a impedância de entrada e a impedância de saída sejam iguais à da linha. Ou seja, as impedâncias de entrada e de saída de cada configuração são 50 Ω . Para os diversos valores de atenuação em dB, os valores dos resistores, para as configurações T e Y, são fornecidos nas figuras 21.85 e 21.86. Note que em cada associação existem dois resistores de mesmo valor, enquanto o terceiro apresenta um valor muito menor ou muito maior.

Para uma atenuação de 1 dB, os resistores foram dispostos em uma configuração em T e com os valores

Atenuação	<i>R</i> ₁	<i>R</i> ₂
1 dB	2,9 Ω	433,3 Ω
2 dB	5,7 Ω	215,2 Ω
3 dB	8,5 Ω	141,9 Ω
5 dB	14,0 Ω	82,2 Ω
10 dB	26,0 Ω	35,0 Ω
20 dB	41,0 Ω	10,0 Ω

Atenuação	<i>R</i> ₁	<i>R</i> ₂
1 dB	870,0 Ω	5,8 Ω
2 dB	436,0 Ω	11,6 Ω
3 dB	292,0 Ω	17,6 Ω
5 dB	178,6 Ω	30,4 Ω
10 dB	96,2 Ω	71,2 Ω
20 dB	61,0 Ω	247,5 Ω

Figura 21.86 Configuração em forma de ípsilon (Y).

vistos na Figura 21.87(a). Fazendo uma terminação com uma carga de 50 Ω , vemos, pelos cálculos mostrados a seguir, que a impedância de entrada é de fato 50 Ω :

$$R_{i} = R_{1} + R_{2} \parallel (R_{1} + R_{L})$$

= 2,9 \Omega + 433,3 \Omega \parallel (2,9 \Omega + 50 \Omega)
= 2,9 \Omega + 47,14 \Omega
= **50,04** \Omega

Percorrendo o circuito a partir da carga, como mostra a Figura 21.87(b), com a fonte ajustada em zero volt, ve-

Figura 21.87 Atenuador de 1 dB: (a) com carga; (b) determinação de R_o .

mos, pelos cálculos mostrados a seguir, que a impedância de saída também é 50 Ω :

$$R_o = R_1 + R_2 || (R_1 + R_s)$$

= 2,9 \Omega + 433,3 \Omega || (2,9 \Omega + 50 \Omega)
= 2,9 \Omega + 47,14 \Omega
= **50,04** \Omega

Na Figura 21.88, foi inserida uma carga de 50 Ω , sendo que a tensão de saída é determinada como mostrado a seguir:

 $R' = R_2 || (R_1 + R_L) = 47,14 \Omega$ como mostrado anteriormente

e
$$V_{R_2} = \frac{R'V_s}{R' + R_1} = \frac{47,14 \ \Omega V_s}{47,14 \ \Omega + 2,9 \ \Omega} = 0,942 V_s$$

com $V_L = \frac{R_L V_{R_2}}{R_L + R_1} = \frac{50 \ \Omega(0.942 V_s)}{50 \ \Omega + 2.9 \ \Omega} = 0.890 V_s$

Calculando a queda em dB, obtemos o seguinte valor:

$$A_{v_{dB}} = 20 \log_{10} \frac{V_L}{V_s} = 20 \log_{10} \frac{0.890 V_s}{V_s}$$
$$= 20 \log_{10} 0.890 = -1.01 \text{ dB}$$

comprovando o fato de que existe uma atenuação de 1 dB.

Conforme mencionado anteriormente, existem outros métodos de atenuação que são mais sofisticados em termos de projeto, e estão além dos objetivos de uma abordagem desse assunto neste livro. Entretanto, os projetos acima são bastante efetivos, relativamente baratos e realizam muito bem a tarefa desejada.

Figura 21.88 Determinação dos valores de tensão para o atenuador de 1 dB mostrado na Figura 21.87(a).

Filtros de ruído

O ruído é um problema que pode ocorrer em qualquer sistema eletrônico. Em geral, ele é qualquer sinal indesejado que pode afetar a operação geral do sistema. Ele pode ser proveniente de uma fonte de alimentação (zumbido de 60 Hz), de circuitos de realimentação, de sistemas mecânicos conectados a sistemas elétricos, de capacitâncias parasitas e efeitos indutivos ou possivelmente de uma fonte de sinal local que não esteja adequadamente blindada - a lista é interminável. A maneira com que o ruído é eliminado ou tratado é normalmente analisada por alguém que possui grande experiência prática e que tem conhecimento da origem do ruído indesejado, e também de como removê-lo do modo mais simples e direto. Na maioria dos casos, o problema não faz parte do projeto original, mas um trabalho subsequente na fase de teste resolve os problemas inesperados. Embora possamos aplicar métodos sofisticados quando o problema for mais sério, a maioria das situações é tratada com a colocação adequada de um ou dois componentes com valores que tenham dependência relacionada ao tipo de problema que está ocorrendo.

Na Figura 21.89, dois capacitores foram estrategicamente colocados na parte do circuito relativa à gravação e à reprodução de fitas de um equipamento de som para remover o ruído de alta frequência indesejado (som súbito e intenso), que pode ser o resultado de partículas posicionadas aleatoriamente sobre a fita magnética, ruído proveniente da rede elétrica ou ruído do próprio ambiente. Durante o modo de gravação, com as chaves nas posições mostradas (R), o capacitor de 100 pF localizado na parte superior do esquema funciona como um curto-circuito para ruídos de alta frequência. O capacitor C_1 foi incluído para compensar o fato de que a gravação na fita não é um processo linear em função da frequência. Em outras palavras, certas frequências são gravadas com amplitudes maiores que outras frequências.

A Figura 21.90 mostra um gráfico do nível de gravação em função da frequência, que indica claramente que a faixa de áudio do ser humano, de 40 Hz a 20 kHz, é pouco

Figura 21.89 Redução de ruído em um gravador de fita cassete.

adequada para o processo de gravação, e que o nível de gravação começa a crescer para frequências acima de 20 kHz. Assim, os gravadores de fita têm de incluir uma frequência de polarização fixa que, quando acrescentada ao sinal de áudio original, desloca a faixa de frequência para ser amplificada na região de gravação de alta amplitude. Em algumas fitas, pode-se obter a *frequência de polarização real*, enquanto em outras é usado o termo *polarização normal*. Mesmo acima da frequência de polarização, existe uma faixa de frequência em que o nível de gravação cai consideravelmente. Uma compensação para essa queda é fornecida por uma combinação de um resistor R_1 e um capacitor C_1 , mencionados anteriormente. Nas frequências próximas da frequência de polarização, o capacitor é projetado para se comportar essencialmente como um circuito aberto (alta reatância), e a tensão e a corrente do cabeçote são limitadas pelos resistores $R_1 e R_2$. Nas regiões em que o rendimento da fita diminui com o aumento da frequência, o capacitor começa a apresentar um valor de reatância baixo, reduzindo a impedância no ramo paralelo de $R_1 e C_1$. O resultado é um aumento na corrente e na tensão do cabeçote devido à baixa impedância na linha, resultando no equilíbrio do rendimento após a frequência de polarização. Finalmente, o capacitor começa a ter características de um curto-circuito, colocando efetivamente em curto a resistência R_1 , e tanto a tensão como a corrente no cabeçote passam a ser máximas. Durante a reprodução da fita, essa frequência de polarização é eliminada por um filtro rejeita-faixa, de modo que o som original não é distorcido pela alta frequência do sinal.

Figura 21.90 Redução de ruído em um gravador de fita cassete.

Durante a fase de reprodução do áudio, o circuito visto na parte superior da Figura 21.89 é aterrado pela chave superior, e o circuito da parte inferior entra em operação. Observe novamente que o segundo capacitor de 100 pF conectado à base do transistor coloca em curto para GND qualquer ruído de alta frequência indesejado. O resistor está ali para absorver qualquer potência associada com o sinal de ruído quando o capacitor passa a se comportar como um curto-circuito equivalente. Tenha em mente que o capacitor foi escolhido para se comportar como um curto-circuito em uma determinada faixa de frequência, não para a faixa de áudio em que ele é essencialmente um circuito aberto.

Os alternadores de automóvel são conhecidos por desenvolver ruídos de alta frequência na tensão de alimentação do rádio, como mostra a Figura 21.91(a). Esse problema é normalmente aliviado pela colocação de filtros de alta frequência na alimentação, conforme mostrado. O indutor de 1 H oferece alta impedância para a faixa de frequência do ruído, enquanto o capacitor (1.000 μ F a $47.000 \,\mu\text{F}$) funciona como um curto-circuito para qualquer ruído que aconteca. No caso do sistema de alto-falantes mostrado na Figura 21.91(b), a configuração push-pull dos transistores de potência na saída do amplificador pode, frequentemente, apresentar tensão de saída nula durante um curto período de tempo entre os semiciclos. Durante esse intervalo de tempo, entra em ação o efeito indutivo da bobina do alto-falante, que vê um caminho inesperado para GND, como se fosse uma chave abrindo, e rapidamente corta a corrente no alto-falante. Por meio da relação familiar $v_L = L(di_I/dt)$, uma tensão não esperada aparece na bobina e estabelece uma oscilação de alta frequência

de volta na linha, indo de encontro ao amplificador e provocando mais distorção. Esse efeito pode ser controlado se for colocada uma malha *R*-*C* para GND que oferece um caminho de baixa resistência do alto-falante até GND, para uma faixa de frequências tipicamente geradas por essa distorção de sinal. Como o capacitor comporta-se como um curto-circuito para a faixa de frequência do ruído, o resistor foi acrescentado para limitar a corrente e absorver a energia associada ao sinal de ruído.

Em reguladores de tensão, como os reguladores de 5 V mostrados na Figura 21.92(a), quando um pico de corrente vem pela linha por qualquer razão, há uma queda de tensão ao longo da linha fazendo cair a tensão de entrada do regulador. O regulador, ao realizar a sua função principal, detecta essa queda na entrada e aumenta a amplificação através da malha de realimentação para manter a tensão de saída constante. Entretanto, esse pico de corrente tem uma duração tão curta que a tensão de saída terá um pico próprio, porque a tensão de entrada retorna rapidamente ao seu nível normal e, com o aumento no rendimento, a tensão de saída aumenta o nível. Então, o regulador detecta seu erro e rapidamente reduz o seu ganho. A sensibilidade a variações no nível de tensão de entrada faz com que o nível de tensão de saída apresente diversas oscilações rápidas que podem ser um problema real para o equipamento no qual a tensão CC é aplicada: o surgimento de um sinal de ruído de alta frequência. Uma maneira de controlar essa reação e, de fato, diminuir a velocidade de resposta do sistema de modo que os picos de curta duração tenham menor influência é acrescentar um capacitor na saída conforme mostra a Figura 21.92(b). Como o regulador fornece tensão contínua constante, po-

Figura 21.92 Regulador: (a) efeito do pico de corrente na entrada; (b) redução do ruído.

de-se usar uma capacitância de 1 μ F, que é relativamente grande, para curto-circuitar distúrbios de alta frequência em uma grande faixa. Entretanto, não podemos usar uma capacitância muito maior, pois o amortecimento será muito grande e ocorrerão grandes variações acima do valor normal de operação (*overshoots*) e abaixo do valor normal de operação (*undershoots*). Para maximizar a ação do capacitor acrescentado, temos de colocá-lo fisicamente o mais próximo do regulador garantir que o ruído não seja captado entre o capacitor e o regulador e para evitar qualquer atraso entre o sinal de saída e a reação do capacitor.

Em geral, conforme se examina o esquema de um sistema real e veem-se componentes que parecem não fazer parte de um procedimento normal de projeto, podemos supor que sejam dispositivos de proteção ou foram colocadas ali em função do ruído na linha que afeta a operação do sistema. A observação do tipo de componente, do seu valor e de sua localização normalmente revelam sua finalidade e seu modo de operação.

21.17 ANÁLISE COMPUTACIONAL

PSpice

Filtro duplamente sintonizado. Agora, nossa análise está direcionada para filtros razoavelmente complexos para os quais seria necessário uma quantidade de tempo relativamente grande para gerar um gráfico detalhado do rendimento em função da frequência usando uma calculadora de mão. O filtro a ser analisado é o mesmo do Exemplo 21.9, assim temos uma chance de verificar a nossa solução teórica. O esquema do filtro aparece na Figura 21.93, sendo a fonte **VAC** escolhida novamente, pois a faixa de frequência de interesse é ajustada pela **Simulation Profile**. Novamente, os atributos para a fonte foram ajustados na caixa de diálogo **Property Editor** em vez de na seleção de componentes a partir da tela. Note a necessidade dos dois resistores em série com os indutores, pois estes não podem ser considerados elementos ideais. Entretanto, o pequeno valor desses resistores não influencia os resultados obtidos.

Na caixa de diálogo Simulation Settings, AC Sweep foi selecionado novamente com Start Frequency ajustado em 100 Hz e End Frequency em 10 MHz (certifique-se de ter inserido esse valor como 10 MEGHZ) para garantir que todos os efeitos possam ser visualizados. Em seguida, podemos usar os controles dos eixos para observar a parte da curva desejada. O parâmetro Points/Decade deve permanecer em 10 k, embora sejam necessários, para essa faixa de frequência, alguns segundos para realizar a simulação. Uma vez que a tela SCHEMATIC1 tenha surgido, a sequência Trace-Add Trace-V(RL:1)-OK resulta no gráfico visto na Figura 21.94. É óbvia a existência de uma banda de atenuação em torno de 200 kHz e de uma banda de passagem em torno de 600 kHz. É interessante observar que até 10 kHz o circuito tem uma banda de passagem em função do indutor L_p que proporciona um caminho de baixa impedância da entrada para a saída. Para as frequências próximas de 10 MHz, existe uma banda de atenuação contínua devido ao indutor L_p que passa a se comportar como um circuito aberto. Usando a opção cursor, podemos colocar o cursor ativado pelo botão esquerdo do mouse em um ponto de mínimo ativando o botão Cursor Trough (o segundo botão à direita do botão Toggle cursor). Um clique com o botão direito do mouse pode identificar a frequência do ponto máximo na curva próxima a 600 kHz. Os resultados aparecem na caixa Probe cursor, os quais comprovam os nossos cálculos teóricos de 200 kHz para o ponto de mínimo na banda de atenuação (A1 = 201,05kHz, sendo o módulo praticamente 0 V) e de 600 kHz para o ponto de máximo na banda de passagem (A2 = 603,53kHz com um módulo de 1 V).

Figura 21.93 Uso do PSpice na análise de um filtro duplamente sintonizado.

Agora, devemos concentrar a nossa análise na faixa de 10 kHz a 1 MHz, onde se localiza a parte principal do espectro na qual a operação de filtragem acontece. A escolha de visualizar uma banda larga de frequências representou uma vantagem quando foram feitas as configurações em **Simulation Settings**. Os dados foram gerados para uma grande faixa de frequência, a partir da qual podemos selecionar a banda de interesse, uma vez que a região de maior atividade é identificada. Se a faixa de frequência fosse estreita na primeira simulação, poderia ser necessário definir outra simulação. Selecione **Plot-Axis Settings-X Axis-User** Defined-10kHz to 1MEGHz-OK para obter o gráfico visto na parte inferior da Figura 21.95. Um gráfico com o resultado em uma escala em dB pode ser mostrado na mesma figura, selecionando Plot-Add Plot to Window-Trace-Add Trace--DB(V(RL:1))-OK, o que resulta no gráfico visto na parte superior da figura. Usando a opção do cursor ativado pelo botão esquerdo do mouse e o botão Cursor Trough, vemos que o ponto de mínimo vale –67,26 dB na frequência de 200 kHz, que é uma característica excelente para um filtro de banda de atenuação. Usando o cursor ativado pelo botão direito do mouse e ajustando-o em 600 kHz, vemos que a

Figura 21.95 Gráfico em dB e do valor do módulo da tensão em R_L para o circuito visto na Figura 21.93.

queda é de $-3,61 \ \mu$ dB, ou basicamente 0 dB, que é um excelente valor para a região de banda de atenuação.

Multisim

Filtro passa-alta. Essa análise computacional começa com uma investigação do filtro passa-alta visto na Figura 21.96. A frequência de corte é determinada por $f = 1/2\pi RC$ = 1,592 kHz, sendo que a tensão no resistor se aproxima de 1 V em altas frequências com um ângulo de fase de 0°.

Para essa análise, usamos **Component: AC_PO-WER** sob **POWER_SOURCES**. As componentes da fonte foram definidas na caixa de diálogo **AC_POWER**, como mostra a Figura 21.96. Use a sequência **Simulate-**

-Analyses-AC Analysis para abrir a caixa de diálogo AC Analysis. Selecione os seguintes valores: Start frequency: 10 Hz, Stop frequency: 100 kHz, Sweep type: Decade (logarithmic), Number of points per decade: 1000, Vertical scale: Linear. Na opção Output, mova o \$2 para Selected variables for analysis usando a opção Add e remova o \$1 usando a opção Remove. Selecione Simulate para obter a resposta que aparece na Figura 21.96. Inclua a opção de grade a cada uma e depois selecione Show/ Hide Cursors para permitir a determinação do módulo e da fase na frequência de corte. Como vemos na Figura 21.96, o módulo é 0,707 a 1,59 kHz, e a fase é 45,45° a 1,57 kHz — muito próximo dos resultados esperados.

Figura 21.96 Filtro passa-alta *R-C* a ser investigado usando o PSpice.

PROBLEMAS

Seção 21.1 Introdução

- 1. a) Determine o valor das frequências (em kHz) nos pontos indicados no gráfico mostrado na Figura 21.97(a).
 - b) Determine as tensões (em mV) nos pontos indicados no gráfico mostrado na Figura 21.97(b).

Seção 21.2 Propriedades dos logaritmos

2. Determine $\log_{10} x$ para cada um dos valores de x a seguir:

a)	100.000	b)	0,0001
c)	108	d)	10-6
e)	20	f)	8.643,4
a)	56,000	h)	0.318

3. Sabendo que $N = \log_{10} x$, determine o valor de x para os valores de N a seguir:

a)	3	b)	12
c)	0,2	d)	0,04
e)	10	f)	3,18
g)	1,001	h)	6.1

4. Determine log_e x para os valores de x a seguir:
a) 100.000
b) 0,0001
c) 20
d) 8.643,4

Compare com a solução do Problema 2.

- 5. Determine $\log_{10} 48 = \log_{10}(8)(6)$ e compare com $\log_{10} 8 + \log_{10} 6$.
- 6. Determine $\log_{10} 0.2 = \log_{10} 18/90$ e compare com $\log_{10} 18 \log_{10} 90$.
- 7. Verifique as identidades $\log_{10} 0.5 = -\log_{10} 1/0.5 = -\log_{10} 2$.
- 8. Calcule $\log_{10} (3)^3$ e compare com 3 $\log_{10} 3$.

Seção 21.3 O decibel

- 9. a) Determine a relação em bels entre as potências $P_2 = 280 \text{ mW} \text{ e } P_1 = 4 \text{ mW}.$
 - b) Determine a relação em decibéis das potências do item
 (a) e compare os resultados.
- **10.** Uma potência de 100 W está 6 dB acima de que valor de potência?
- **11.** Se um alto-falante de 2 W for substituído por outro de 40 W, qual o aumento da intensidade sonora em decibéis?
- **12.** Determine o valor em dB_m para uma potência de saída de 120 mW.
- **13.** Calcule o ganho em dB_{ν} de um amplificador que aumenta o valor da tensão de 0,1 mV para 8,4 mV.
- 14. Calcule a tensão de saída em um amplificador se a tensão de entrada for 20 mV e o ganho em dB_{y_2} 22 dB.
- **15.** Se o valor da pressão sonora for aumentado de 0,001 μ bar para 0,016 μ bar, qual será o aumento em dB_s?
- 16. Qual é o aumento de potência acústica necessário para que uma música suave se torne extremamente alta? Consulte a Figura 21.5.
- 17. a) Usando um papel semilog, trace o gráfico de X_L em função da frequência para uma bobina de 10 μH, na faixa de 100 Hz a 1 MHz. Escolha a escala vertical mais apropriada para a faixa de variação de X_L.
 - b) Repita o item (a) usando papel log-log. Compare os dois resultados. Qual dos gráficos é mais informativo?
 - c) Usando um papel semilog, trace o gráfico de X_C em função da frequência para um capacitor de 1 μF, na faixa de 10 Hz a 100 kHz. Escolha a escala vertical mais apropriada para a faixa de variação de X_C.
 - d) Repita o item (a) usando papel log-log. Compare com o resultado da parte (c). Qual dos gráficos é mais informativo?
- a) Considerando o medidor visto na Figura 21.6, calcule a potência fornecida a uma carga quando a leitura do medidor for 8 dB.
 - **b)** Repita o item (a) para uma leitura de -5 dB.

Seção 21.5 Filtro R-C passa-baixa

- 19. Para o filtro *R*-*C* passa-baixa visto na Figura 21.98:
 - a) Trace o gráfico de $A_v = V_o/V_i$ em função da frequência usando uma escala logarítmica para o eixo das frequências. Determine $A_v = V_o/V_i$ para $0, 1f_c, 0, 5f_c, f_c, 2f_c = 10f_c$.
 - **b)** Trace a curva da fase de q em função da frequência, onde q é o ângulo pelo qual V_o está adiantada em relação a V_c Determine θ para $f = 0, 1f_c, 0, 5f_c, f_c, 2f_c$ e $10f_c$.

Figura 21.97 Problema 1.

Figura 21.98 Problema 19.

- *20. Para o circuito visto na Figura 21.99:
 - a) Determine V_o para uma frequência uma oitava acima da frequência crítica.
 - b) Determine V_o para uma frequência uma década abaixo da frequência crítica.
 - c) Os resultados dos itens (a) e (b) estão de acordo com o gráfico de V_o em função da frequência para esse tipo de filtro?
- 21. Projete um filtro *R*-*C* passa-baixa com uma frequência de corte de 500 Hz usando um resistor de 1,2 k Ω . Em seguida, trace os gráficos do módulo da tensão e da fase para esse filtro no intervalo de frequências de 0,1*f*_c a 10*f*_c.
- 22. Para o filtro passa-baixa visto na Figura 21.100:
 - a) Calcule f_c .
 - **b)** Calcule $A_v = V_o/V_i$ para $f = 0, 1f_c$ e compare com o valor máximo de 1 para baixas frequências.
 - c) Calcule $A_v = V_o/V_i$ para $f = 10f_c$ e compare com o valor mínimo de zero para altas frequências.
 - **d)** Determine a frequência para a qual $A_v = 0.01$ ou $V_o = 1/100 V_i$.

Seção 21.6 Filtro R-C passa-alta

- **23.** Para o filtro *R*-*C* passa-alta visto na Figura 21.101:
 - a) Trace a curva de $A_v = V_o/V_i$ em função da frequência usando uma escala logarítmica para o eixo das frequências. Determine o valor de $A_v = V_o/V_i$ em f_{c2} uma oitava acima e abaixo de f_c e uma década acima e abaixo de f_c .
 - b) Trace a curva da fase para θ em função da frequência, onde q é o ângulo pelo qual V_o está adiantada em relação a V_i. Calcule q para os mesmos valores de frequência do item (a).
- **24.** Para o circuito visto na Figura 21.102:
 - a) Calcule A_v = V_o/V_i para f = f_c para o filtro passa-alta.
 b) Calcule A_v duas oitavas acima de f_c. A_v é significativamente maior do que em f = f_c?
 - c) Calcule A_v = V₀/V_i duas décadas acima de f_c. A_v é significativamente maior do que em f = f_c?
 - **d)** Se $V_i = 10$ mV, qual a potência fornecida a *R* na frequência crítica?

Figura 21.101 Problema 23.

- **25.** Projete um filtro *R*-*C* passa-alta com uma frequência de corte de 2 kHz, usando um capacitor de 0,1 μ F. Escolha o valor comercial de *R* mais próximo e calcule novamente a frequência de corte para o novo valor da resistência. Trace a curva do ganho normalizado $A_v = V_o/V_i$ na faixa de frequências de 0,1 f_c a 10 f_c .
- 26. Para o filtro passa-alta visto na Figura 21.103:
 - a) Determine f_c ;
 - b) Calcule A_v = V_o/V_i para f = 0,01 f_c e compare com o valor mínimo de 0 para frequências baixas;
 - c) Calcule $A_v = V_0/V_i$ para $f = 100 f_c$ e compare com o valor máximo de 1 para frequências altas;
 - **d)** Determine a frequência para a qual $V_o = 1/2 V_i$.

Seção 21.7 Filtros passa-faixa

- 27. Para o filtro passa-faixa visto na Figura 21.104:
 - a) Trace o gráfico da resposta em frequência de A_v = V_o/V_i usando uma escala logarítmica que se estenda de 10 Hz a 10 kHz;
 - **b)** Qual é a largura de banda e a frequência central?
- *28. Projete um filtro passa-faixa como o que aparece na Figura 21.104 com uma frequência de corte inferior de 4 kHz e uma frequência de corte superior de 80 kHz.
- 29. Para o filtro passa-faixa visto na Figura 21.105:a) Determine f_s.
 - **b)** Calcule Q_s e a largura de banda (*BW*) para \mathbf{V}_o .

Figura 21.100 Problema 22.

Figura 21.103 Problemas 26 e 54.

Figura 21.104 Problemas 27 e 28.

Figura 21.105 Problema 29.

- c) Trace o gráfico de $A_v = V_o/V_i$ para a faixa de frequência de 1 kHz a 1 MHz.
- **d)** Calcule o módulo de V_o para $f = f_s$ nas frequências de corte.
- 30. Para o filtro passa-faixa visto na Figura 21.106:
 - a) Determine a resposta em frequência de $A_v = V_o/V_i$ na faixa de frequência de 100 Hz a 1 MHz.
 - **b)** Determine o fator de qualidade Q_p e a largura de banda (*BW*) da resposta.
- Seção 21.8 Filtros de banda de atenuação (Rejeita-Faixa)
- ***31.** Para o filtro de banda de atenuação visto na Figura 21.107, resolva os itens a seguir:
 - a) Determine Q_{s} .
 - **b)** Calcule a largura de banda das frequências de meia potência (frequências de corte).
 - c) Trace o gráfico da resposta em frequência de $A_v = V_o/V_i$.
 - d) Qual o efeito sobre a curva do item (c) se for conectada uma carga de 2 k Ω ?
- *32. Para o filtro passa-faixa visto na Figura 21.108:
 a. Determine Q_p (R_L = ∞ Ω, um circuito aberto).

 $\mathbf{V}_{i} \qquad \mathbf{X}_{L} \qquad \mathbf{V}_{o} \qquad \mathbf{R}_{l} \neq 10 \ \Omega \qquad \mathbf{V}_{o} \qquad \mathbf{R}_{L} \neq 2 \ \mathbf{k} \Omega \qquad \mathbf{V}_{o} \qquad \mathbf{R}_{L} \neq 2 \ \mathbf{k} \Omega \qquad \mathbf{V}_{o} \qquad \mathbf{R}_{L} \neq 2 \ \mathbf{k} \Omega \qquad \mathbf{V}_{o} \qquad \mathbf{R}_{L} \neq 2 \ \mathbf{k} \Omega \qquad \mathbf{V}_{o} \qquad \mathbf{R}_{L} \neq 2 \ \mathbf{k} \Omega \qquad \mathbf{V}_{o} \qquad \mathbf{R}_{L} \neq 2 \ \mathbf{k} \Omega \qquad \mathbf{V}_{o} \qquad \mathbf{R}_{L} \neq 2 \ \mathbf{k} \Omega \qquad \mathbf{V}_{o} \qquad \mathbf{R}_{L} \neq 2 \ \mathbf{k} \Omega \qquad \mathbf{V}_{o} \qquad \mathbf{R}_{L} \neq 2 \ \mathbf{k} \Omega \qquad \mathbf{R}_{o} \qquad \mathbf{R}_{L} \neq 2 \ \mathbf{k} \Omega \qquad \mathbf{R}_{o} \qquad \mathbf{R}_{L} \neq 2 \ \mathbf{k} \Omega \qquad \mathbf{R}_{o} \qquad$

Figura 21.107 Problema 31.

- **b)** Trace o gráfico da resposta em frequência de $A_v = V_o/V_i$.
- c) Calcule Q_p (com carga) para $R_L = 100 \text{ k}\Omega$ e indique o efeito de R_L sobre a curva do item (b).
- **d)** Repita o item (c) para $R_L = 20 \text{ k}\Omega$.

Seção 21.9 Filtros de banda dupla

- **33.** a) Para o circuito visto na Figura 21.43(a), com $L_p = 400 \mu$ H (Q > 10), $L_s = 60 \mu$ H e C = 120 pF, determine as frequências de atenuação e de transmissão.
 - **b)** Trace a curva de resposta do circuito do item (a).
- **34.** a) No circuito da Figura 21.43(b), se a frequência de atenuação for 30 kHz e a de transmissão, 100 kHz, determine os valores de L_s e L_p (Q > 10) para uma capacitância de 200 pF.
 - **b)** Trace a curva de resposta do circuito do item (a).

Seção 21.10 Gráficos de Bode

- **35.** a) Trace o gráfico de Bode idealizado de $A_v = V_o/V_i$ para o filtro passa-alta mostrado na Figura 21.109.
 - b) Com base nos resultados do item (a), desenhe a curva real para a mesma faixa de frequência.
 - c) Determine o ganho em dB para f_c , 1/2, $2f_c$, $1/10 e 10f_c$.
 - **d)** Determine o ganho $A_v = V_o/V_i$ quando $f = f_c$, $1/2 f_c$ e $2f_c$.
 - e) Trace a curva de resposta de fase para a mesma faixa de frequência.

Figura 21.108 Problema 32.

Figura 21.106 Problemas 30 e 55.

Figura 21.109 Problema 35.

- *36. a) Trace um gráfico do módulo de V_o (em termos de V_i) em função da frequência para o filtro passa-alta visto na Figura 21.110.
 - **b)** A partir dos resultados do item (a), trace a curva de $A_v = V_o/V_i$ para a mesma faixa de frequência.
 - c) Trace o gráfico de Bode.
 - **d)** Trace a curva real, indicando a diferença em dB, entre a curva idealizada e real para $f = f_c$, $0.5f_c = 2f_c$.
 - e) A partir do gráfico do item (d), determine A_{vdB} para $f = 1.5 f_c$ e o valor correspondente a $A_v = V_o/V_i$.
 - f) Trace a curva de fase (ângulo em que V_o está adiantada em relação a V_i) para a mesma faixa de frequência.
- **37.** a) Trace o gráfico de Bode de $A_v = V_o/V_i$ para o filtro passabaixa visto na Figura 21.111.
 - b) Com base no resultado do item (a), trace a curva real para a mesma faixa de frequência.
 - c) Determine o ganho em dB para f_{c} 1/2, $2f_{c}$, 1/10 e 10 f_{c} .
 - **d)** Determine o ganho $A_v = V_o/V_i$ para $f = f_c$, $1/2f_c$ e $2f_c$.
 - e) Trace a curva de fase para a mesma faixa de frequência.
- *38. a) Trace o gráfico do módulo de V_o (em termos de V_i) em função da frequência para o filtro passa-baixa visto na Figura 21.112.
 - **b)** Com base no resultado do item (a), trace a curva de $A_v = V_o/V_i$ para a mesma faixa de frequência.
 - c) Trace o gráfico de Bode idealizado.
 - **d)** Trace a curva real, indicando a diferença em dB, entre a curva real e a curva de Bode para $f = f_c$, 0,5 f_c e $2f_c$.
 - e) A partir do gráfico do item (d), determine A_{vdB} para $f = 0.25 f_c$ e o valor correspondente de $A_v = V_o/V_i$.
 - f) Trace a curva de fase (ângulo no qual V_o está adiantada em relação a V_i) para a mesma faixa de frequência.

Seção 21.11 Traçado do gráfico de Bode

- **39.** Para o filtro da Figura 21.113:
 - a) Faça o gráfico A_{vdB} em função da frequência usando escalas logarítmicas.
 - b) Faça o gráfico de θ em função da frequência usando a mesma faixa de frequência do item (a).

Figura 21.110 Problema 36.

Figura 21.112 Problema 38.

*40. Para o filtro visto na Figura 21.114:

- a) Faça o gráfico A_{vdB} em função da frequência usando escalas logarítmicas.
- b) Faça o gráfico de θ em função da frequência usando a mesma faixa de frequência do item (a).

Seção 21.12 Filtro passa-baixa com atenuação limitada

- **41.** Para o filtro visto na Figura 21.115:
 - a) Faça o gráfico $A_{v_{dB}}$ em função da frequência usando o gráfico de Bode como referência.
 - **b)** Faça o gráfico θ em função da frequência.

Figura 21.114 Problema 40.

Figura 21.115 Problema 41.

800 Introdução à análise de circuitos

- *42. Para o filtro visto na Figura 21.116:
 - a) Trace o gráfico A_{vdB} em função da frequência usando o gráfico de Bode como referência.
 - **b)** Trace o gráfico θ em função da frequência.

Seção 21.13 Filtro passa-alta com atenuação limitada

- **43.** Para o filtro visto na Figura 21.117:
 - a) Trace o gráfico A_{vdB} em função da frequência usando o gráfico de Bode idealizado como um envelope para a curva real.
 - b) Trace o gráfico de θ (ângulo no qual V_o está adiantada em relação a V_i) em função da frequência.
- *44. Para o filtro visto na Figura 21.118:
 - a) Faça o gráfico A_{vdB} em função da frequência usando o gráfico de Bode idealizado como um envelope para a curva real.
 - b) Faça gráfico de θ (ângulo no qual V_o está adiantada em relação a V_i) em função da frequência.

Figura 21.116 Problema 42.

Figura 21.117 Problema 43.

Seção 21.14 Outras propriedades dos gráficos de Bode

45. Um amplificador que emprega um transistor bipolar tem o seguinte ganho:

$$\mathbf{A}_{\upsilon} = \frac{160}{\left(1 - j\frac{100 \text{ Hz}}{f}\right)\left(1 - j\frac{130 \text{ Hz}}{f}\right)}$$
$$\left(1 + j\frac{f}{20 \text{ kHz}}\right)\left(1 + j\frac{f}{50 \text{ kHz}}\right)$$

- a) Trace a curva de Bode normalizada $A'_{vdB} = (A_v / A_{vmax})|_{dB}$ e determine a largura de banda do amplificador. Não se esqueça de indicar no gráfico as frequências críticas.
- b) Trace a curva de fase e determine a frequência na qual o ângulo de fase é aproximadamente 45°.
- **46.** Um amplificador que emprega um transistor JFET tem o seguinte ganho:

$$\mathbf{A}_{v} = \frac{-5.6}{\left(1 - j\frac{10 \text{ Hz}}{f}\right)\left(1 - j\frac{45 \text{ Hz}}{f}\right)\left(1 - j\frac{68 \text{ Hz}}{f}\right)}$$
$$\left(1 + j\frac{f}{23 \text{ kHz}}\right)\left(1 + j\frac{f}{50 \text{ kHz}}\right)$$

- a) Trace a curva de Bode normalizada $A'_{v_{dB}} = (A_v / A_{v_{máx}}|_{dB})$ e determine a largura de banda do amplificador. Ao realizar a normalização, certifique-se de que o valor máximo de $A'_v é + 1$. Indique claramente as frequências de corte no gráfico.
- b) Trace a curva de fase e observe as regiões do gráfico em que o ângulo de fase varia mais rapidamente. Existe alguma relação entre essas regiões e as frequências que aparecem na função A_v?
- **47.** Um amplificador transistorizado tem um ganho na banda média de -120, uma frequência de corte superior de 36 kHz e uma largura de banda de 35,8 kHz. Além disso, a curva real do ganho apresenta um valor de -15 dB para f = 50 Hz. Escreva a função de transferência A_{y} para o amplificador.
- 48. Trace o gráfico de Bode para a seguinte função:

$$\mathbf{A}_{v} = \frac{0.05}{0.05 - j\,100/j}$$

49. Trace o gráfico de Bode para a seguinte função:

$$\mathbf{A}_{v} = \frac{200}{200 + j\,0.1f}$$

50. Trace o gráfico de Bode para a seguinte função:

$$\mathbf{A}_{\upsilon} = \frac{jf/1000}{(1 + jf/1000)(1 + jf/10.000)}$$

*51. Trace o gráfico de Bode para a seguinte função:

$$\mathbf{A}_{v} = \frac{(1 + jf/1000)(1 + jf/2000)}{(1 + jf/3000)^2}$$

Figura 21.118 Problema 44.

*52. Trace o gráfico de Bode para a seguinte função (observe que a frequência está expressa em termos de ω , e não de *f*):

$$\mathbf{A}_{v} = \frac{40(1+j0.001\,\omega)}{(j0.001\,\omega)(1+j0.0002\,\omega)}$$

Seção 21.15 Circuitos de desvio

- *53. No circuito de desvio visto na Figura 21.119, a atenuação dos três filtros é de 12 dB/oitava nas frequências de corte.
 - a) Determine a razão V_o/V_i para os filtros do *woofer* e do *tweeter* nas frequências de corte de 400 Hz e 5 kHz, respectivamente, e compare com o valor ideal, que é 0,707.
 - **b)** Calcule a razão V_o/V_i para os filtros do *woofer* e do *tweeter* para a frequência de 3 kHz, na qual o filtro do alto-falante de médios foi projetado para se sobrepor aos outros dois.
 - c) Determine a razão V₀/V_i para o filtro do alto-falante de médios na frequência de 3 kHz e compare com o valor ideal, que é 1.

Seção 21.17 Análise computacional

PSpice ou Multisim

- **54.** Usando o schematics, obtenha as curvas de resposta do módulo e da fase em função da frequência para o circuito visto na Figura 21.103.
- 55. Usando o schematics, obtenha as curvas de resposta do módulo e da fase em função da frequência para o circuito visto na Figura 21.106.
- *56. Obtenha os gráficos de dB e fase para o circuito visto na Figura 21.75 e compare com os gráficos mostrados nas figuras 21.76 e 21.77.

Figura 21.119 Problemas 53 e 57.

*57. Usando o schematics, obtenha o módulo e o gráfico de dB versus frequência para cada filtro da Figura 21.119 e verifique se as curvas têm uma inclinação de 12 dB por oitava.

GLOSSÁRIO

- **Decibel:** Unidade logarítmica normalmente usada para comparar níveis de potência.
- Filtro: Circuito projetado tanto para passar quanto para rejeitar determinadas frequências de um sinal a ser aplicado em uma carga.
- **Filtro ativo:** Filtro que emprega dispositivos ativos como transistores e amplificadores operacionais combinados com elementos *R*, *L* e *C* (resistores, indutores e capacitores).
- Filtro de banda dupla: Circuito que possui uma banda de atenuação e uma banda de passagem.
- Filtro passa-alta: Circuito projetado para permitir a passagem de altas frequências e atenuar as baixas frequências.
- Filtro passa-baixa: Circuito projetado para permitir a passagem de baixas frequências e atenuar as altas frequências.
- Filtro passa-faixa (ou banda de passagem): Circuito projetado para permitir a passagem de sinais de uma determinada faixa de frequência.

- **Filtro passivo:** Filtro construído por elementos R, $L \in C$ em série ou em paralelo.
- Filtro rejeita-faixa (ou banda de atenuação): Circuito projetado para atenuar (bloquear) sinais em uma determinada faixa de frequência.
- **Gráfico de Bode:** Gráfico aproximado da resposta em frequência de um sistema no qual se usa segmentos de reta chamados *assíntotas*.
- **Microbar** (*µ***bar**): Unidade usada para indicar níveis de pressão sonora permitindo comparar os níveis de áudio com uma escala em dB.
- Papel log-log: Papel usado para traçar gráficos no qual as escalas vertical e horizontal são logarítmicas.
- **Papel semilog:** Papel usado para traçar um gráfico no qual uma escala é logarítmica e a outra é linear.