PROPORÇÃO

A igualdade entre razões denomina-se **proporção**.

Os números **a**, **b**, **c** e **d**, todos diferentes de zero, formam nesta ordem, uma proporção se, e somente se, a razão **a : b** for igual à razão **c : d**.

Indicamos esta proporção por:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Chamamos aos termos **a** e **d** de **extremos** e aos termos **b** e **c** chamamos de **meios**.

Veja que a razão de **10** para **5** é igual a **2** (**10 : 5 = 2**).

A razão de **14** para **7** também é igual a **2** (**14 : 7 = 2**).

Podemos então afirmar que estas razões são iguais e que a igualdade abaixo representa uma proporção:

$$\frac{10}{5} = \frac{14}{7}$$

Lê-se a proporção acima da seguinte forma:

"10 está para 5, assim como 14 está para 7".

Propriedade fundamental das proporções

Qualquer que seja a proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios. Assim sendo, dados os números **a**, **b**, **c** e **d**, todos diferentes de zero e formando nesta ordem uma proporção, então o produto de **a** por **d** será igual ao produto de **b** por **c**:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

Segunda propriedade das proporções

Qualquer que seja a proporção, a soma ou a diferença dos dois primeiros termos está para o primeiro, ou para o segundo termo, assim como a soma ou a diferença dos dois últimos termos está para o terceiro, ou para o quarto termo. Então temos:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c} \text{ ou } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-b}{a} = \frac{c-d}{c}$$

Ou

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \text{ ou } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$$

Terceira propriedade das proporções

Qualquer que seja a proporção, a soma ou a diferença dos antecedentes está para a soma ou a diferença dos consequentes, assim como cada antecedente está para o seu respectivo consequente. Temos então:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} \text{ ou } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+c}{b+d} = \frac{c}{d}$$

Ou

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-c}{b-d} = \frac{a}{b} \text{ ou } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-c}{b-d} = \frac{c}{d}$$

Quarta proporcional

Dados três números **a**, **b**, e **c**, chamamos de quarta proporcional o quarto número **x** que junto a eles formam a proporção:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$$

Tendo o valor dos números **a**, **b**, e **c**, podemos obter o valor da quarta proporcional, o número **x**, recorrendo à propriedade fundamental das proporções. O mesmo procedimento utilizado na resolução de problemas de regra de três simples.

Terceira proporcional

Em uma proporção onde os meios são iguais, um dos extremos é a terceira proporcional do outro extremo:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

Na proporção acima **a** é a terceira proporcional de **c** e vice-versa.